جامعة الملك سعود الاختبار النهائي في المقرر 343 ريض

كلية العلوم

قسم الرياضيات الزمن : ثلاث ساعات

**أجب عن الأسئلة الآتية**

**السؤال الأول :**

**إذا كانت , حيث :**

**وَ ,**

**فأجب عما يلي :-**

**(أ) املأ الفراغات الآتية :-**

***(ب) أثبت صحة أوْ خطأ كل عبارة فيما يأتي :***

1. ***يوجد تشاكل , حيث .***
2. ***لا يوجد , حيث .***
3. ***توجد زمرة جزئية في G رتبتها 125 .***
4. ***إن .***

**السؤال الثاني :**

**(أ) إذا عرفنا التماثل على مجموعة من الزمر M فأثبت أنها علاقة تكافؤ في M .**

**(ب) إذا عرفنا العلاقة على , حيث :**

**, فجد ممثلات أصناف التكافؤ في .**

**(جـ) أثبت أن , وذلك بتوظيف العبارة : " أي زمرتين دائريتين منتهيتين ولهما الرتبة نفسها فهما متماثلتان " .**

**السؤال الثالث :**

**(أ) لتكن هي ممثلات أصناف الترافق في G . أجب عما يأتي :**

1. **أكمل الفراغات :**

1. **عيّن جميع القيم ومن ثم اكتب معادلة الفصل للزمرة G .**

**(ب) *إذا كانت G زمرة بسيطة رتبتها 168 فأثبت أن G لا تملك زمرة جزئية H رتبتها 28 .***

***(جـ) وظف فقرة (ب) في اثبات أن " عكس مبرهنة لاغرانج غير صحيحة " .***

**السؤال الرابع :**

**(أ) متى نقول إن الزمرة تؤثر على مجموعة () ؟**

**(ب) إذا كانت G زمرة منتهية وكانت S زمر سيلو الجزئية من النوع P في G فأثبت أن :**

1. ** بالترافق**

**(جـ) أثبت أنه لا توجد زمرة بسيطة G رتبتها 36 .**

جامعة الملك سعود الاختبار الفصلي الثاني في المقرر 343 ريض

كلية العلوم

قسم الرياضيات الزمن : ساعة ونصف

**أجب عن الأسئلة الآتية**

**السؤال الأول :**

**(أ) *عرف كلا ً من الرمزين كمجموعة : .***

***(ب) إذا كانت G زمرة إبدالية وفيها عنصر ليس نظيرا ً لنفسه وعرفنا التطبيق كما يلي :***

***فأثبت أن :***

1. ***.***
2. ***.***

**السؤال الثاني :**

**لتكن  وَ , حيث :**

**و K مكونة من العناصر الأربعة الأولى في G .**

**أجب عما يأتي :-**

**(أ) *أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي :***

1. ***يوجد .***
2. ***إذا كان فإن .***
3. ***إذا كانت فيوجد بحيث : .***

**(ب) أكمل عناصر G .**

**(ج) املأ الفراغات فيما يأتي :**

جامعة الملك سعود الاختبار الفصلي الأول في المقرر 343 ريض

كلية العلوم

قسم الرياضيات الزمن : ساعة ونصف

**أجب عن الأسئلة الآتية**

**السؤال الأول :**

**(أ) *متى نقول إن ؟***

***(ب) إذا كانت فأثبت أن إذا علمت أن :***

**السؤال الثاني :**

**لتكن تطبيقا ً , حيث**

***أجب عما يلي :***

**(أ) *أثبت أن تشاكل .***

**(ب) أكمل الفراغات الآتية :**

**(ج) بفرض أن املأ الفراغات :**

**السؤال الثالث :**

**أثبت صحة أوْ خطأ كل مما يلي :**

**(أ) يوجد عنصران مختلفان في G كل منهما نظير نفسه , حيث .**

**(ب) توجد زمرة G وَ بحيث :**

***وَ وَ وَ***

**إجابة أسئلة الاختبار النهائي في المقرر 343 ريض**

**إجابة السؤال الأول :**

**(أ) :**

***(ب) :***

1. ***خطأ لآنه :***

***.***

1. ***صائب , لأن :***

***.***

1. ***صائب , لأن :***

***وهي زمرة سيلو من النوع 5 .***

1. ***عبارة خاطئة , لأن :***

***.***

**إجابة السؤال الثاني :**

**(أ) :**

**بفرض وتعريف على نجد أن :**

1. **انعكاسية لأن :**
2. **تناظرية لأن :**
3. **متعدية لأن :**

**ومن (1) و (2) و (3) تكون علاقة تكافؤ في**

**(ب) :**

**و  *معرفة على فهي إذن علاقة تكافؤ في***

***وتكون ممثلات أصناف التكافؤ هي :***

***1) 2) 3) 4)***

***5)***

***(ج) : بما أن , حيث .***

**إجابة *السؤال الثالث :***

***(أ) :***

***مما سبق نجد أن معادلة الفصل لــ G هي :***

***(ب) : بفرض أن بحيث فإن :***

**ولما كانت فإنه باستخدام اختبار الدليل نجد أن G تملك زمرة جزئية فعلية ناظمية غير تافهة محتواة في H . وهذا تناقض مع المعطيات لا مخرج منه إلا بالتسليم بأن G لا تملك زمرة جزئية H رتبتها 28 .**

**(ج) إن عكس مبرهنة لاغرانج غير صحيح , لأنه من الفقرة (ب) في حين لا توجد زمرة جزئية في G رتبتها 28 .**

**إجابة السؤال الرابع :**

**(أ) : تطبيق بحيث :**

***(ب) :***

1. ** بالترافق , حيث : لأن :**

***2) إذا كانت*  *بالترافق فمن مبرهنة سيلو الثانية تكون جميع زمر سيلو الجزئية من النوع P مترافقة في G وهذا يعني وجود مدار واحد فقط تحت تأثير G على S , أي أنه :***

***(مبرهنة)***

***مبرهنة لاغرانج ــــــ***

**(ج) :**

**من مبرهنة سيلو الأولى توجد زمرة سيلو جزئية H في G من النوع 3 رتبتها 9**

**ولما كانت . فمن مبرهنة "اختبار الدليل" توجد زمرة جزئية فعلية ناظمية غير تافهة في G ومحتواة في H وعليه تكون G غير بسيطة .**

**إجابة أسئلة الاختبار الفصلي الثاني في المقرر 343 ريض**

**إجابة السؤال الأول :**

**(أ) :**

***(ب) :***

1. ***إن , لأن :***

**إذن غامر**

**إذن متباين**

**لأن G إبدالية ــــ**

**إذن تشاكل .**

**مما سبق نجد أن .**

1. **بما أنه يوجد بحيث فإن :**

**إجابة السؤال الثاني :**

**لتكن G تؤثر على S و , حيث و و عناصر هي (1) و (1,2)(3,4) ومرافقاتها .**

**(أ) :**

1. **عبارة خاطئة , لأن ولذا فإن** لكل و  **.**
2. **عبارة صائبة , لأن زمرة إبدالية , لذا فإن .**
3. **عبارة خاطئة ’ لأن لا يتحقق إلا إذا كان التفريق الدوري للعنصر هو وهذا يعني أن .**

**(ب) : (1,4,3) , (2,4,3) , (2,3,4) .**

**(ج) :**

**إجابة أسئلة الاختبار الفصلي الأول في المقرر 343 ريض**

**إجابة السؤال الأول :**

**(أ) : *نقول إن إذا كانت*** تحقق الشرط :

***(ب) : لنبرهن أن :***

**كما يلي :**

***(خاصة e )***

***ولما كانت كل من A و B ناظمية قي G فإن و***

***ومنه نستنتج أن .***

***لذا فإن*  .**

**إجابة السؤال الثاني :**

**ليكن تطبيقا ً , حيث .**

**(أ) : تشاكل , لأنه**

**(ب) :**

**(ج) :**

**إجابة السؤال الثالث :**

**(أ) : عبارة خاطئة , فمثلا ً عندما فلا يوجد فيها أي عنصرين مختلفين بحيث يكون كل منهما نظير نفسه .**

**(ب) : عبارة خاطئة , لأن** لذا فيجب أن يكون  *ولكن .*