



Phys 570

Lecture #13

Physics & Astronomy Dept.

College of Science

King Saud University

Nasser S. Alzayed

nalzayed@ksu.edu.sa

الفصل التاسع: أسطح فرمي والمعادن

De Haas-van Alphen Effect

أثر دي هاس فان ألفن

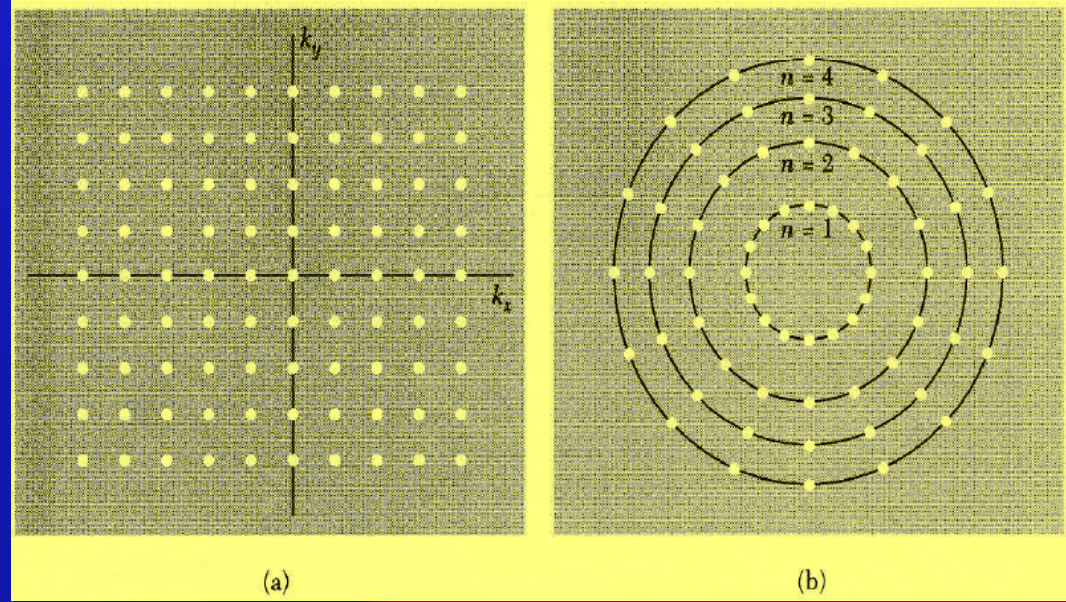
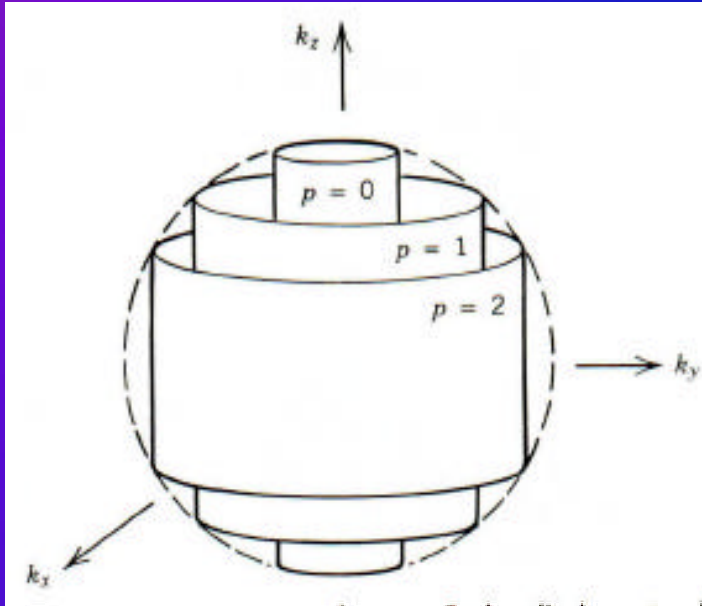
- يعتمد عادة مستوى فرمي على المجال المغناطيسي الخارجي بصورة درامية. فلو كان لدينا نظام مكون من N من الإلكترونات عند الصفر المطلق، فإن مستويات لاندو كلها مملوءة إلى رقم كمي معين نرسم له بالرمز s . المستوى الذي يليها مباشرة $s + 1$ مملوء جزئياً بالإلكترونات. يقع مستوى فرمي بالضبط في هذا المستوى ($s + 1$) بشرط وجود إلكترونات ولو كانت قليلة في هذا المستوى.
- عندما يتم زيادة المجال المغناطيسي، تبدأ الإلكترونات بالتحرك لمستويات دنيا، وعندما يصبح المستوى ($s + 1$) فارغاً تماماً فإن سطح فرمي يقفز فجأة إلى المستوى الذي تحته مباشرة.
- طبعاً قد يسأل سائل كيف تنتقل الإلكترونات إلى مستويات لاندو دنيا في حين أن هذه المستويات كانت مملوءة؟
- والجواب أن هذا يحصل بسبب الانقسام Degeneracy الذي يزيد للمستويات بسبب المجال المغناطيسي. كما يبين ذلك الشكل التالي.
- عندما يتم زيادة المجال المغناطيسي المسلط تدريجياً، فإننا نمر بقيم للمجال يحصل عندها تغير مفاجئ في أرقام المستويات العليا المملوءة بحيث تنقص فجأة بمقدار واحد صحيح ($s + 1$) تتغير إلى s . هذا المجال سوف نطلق عليه المجال الحرج B_s وعنده لا توجد مدارات مملوءة جزئياً، أما مملوءة تماماً أو فارغة تماماً. أين أن لدينا:

$$s\rho B_s = sD = N \quad (34)$$

الفصل التاسع: أسطح فرمي والمعادن

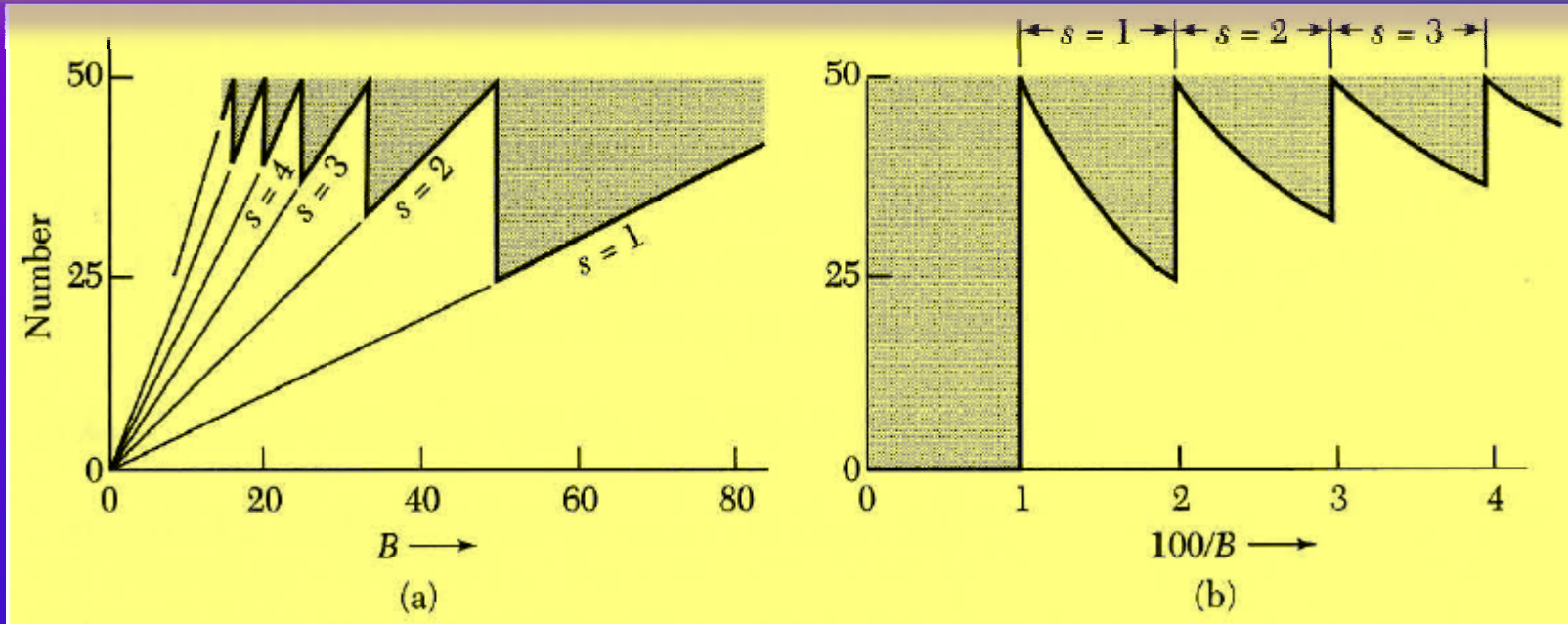
De Haas-van Alphen Effect

أثر دي هاس فان ألفن



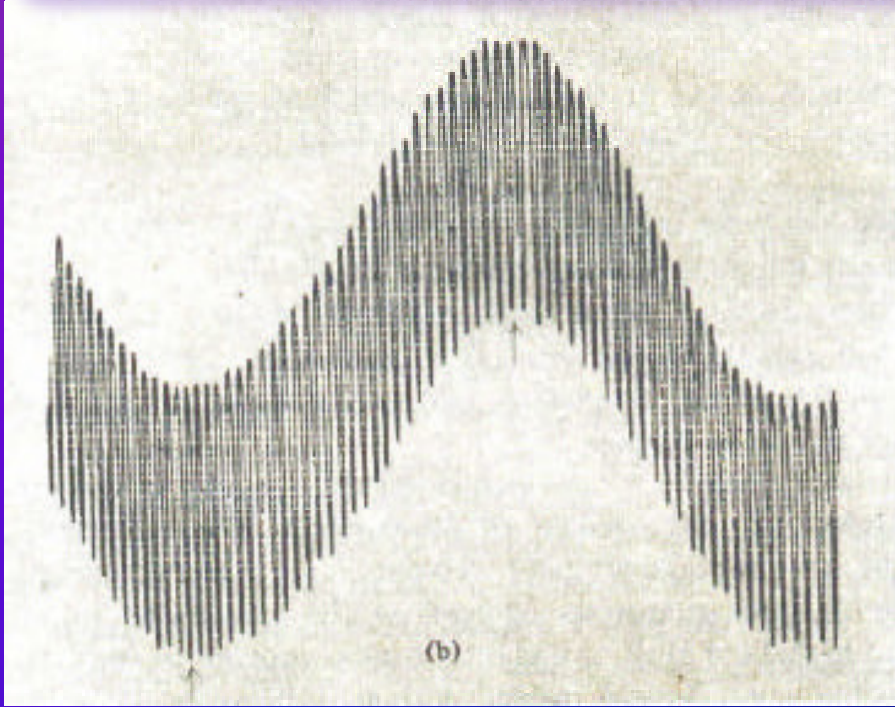
- توضيح لتوزيع الألكترونات قبل وبعد تسليط المجال المغناطيسي لنظام مكون من عدد كبير من الألكترونات في بعدين. (a) قبل المجال، الألكترونات تتوزع بانتظام. (b) بعد تشغيل المجال، تم تجمع المدارات في دوائر ذات أرقام كمية.
- عدد المدارات في كل دائرة ثابت، ويساوي المساحة بين أي دائرتين متواليتين مضروباً في عدد المدارات في وحدة المساحات في الشكل (a).

الفصل التاسع: أسطح فرمي والمعادن

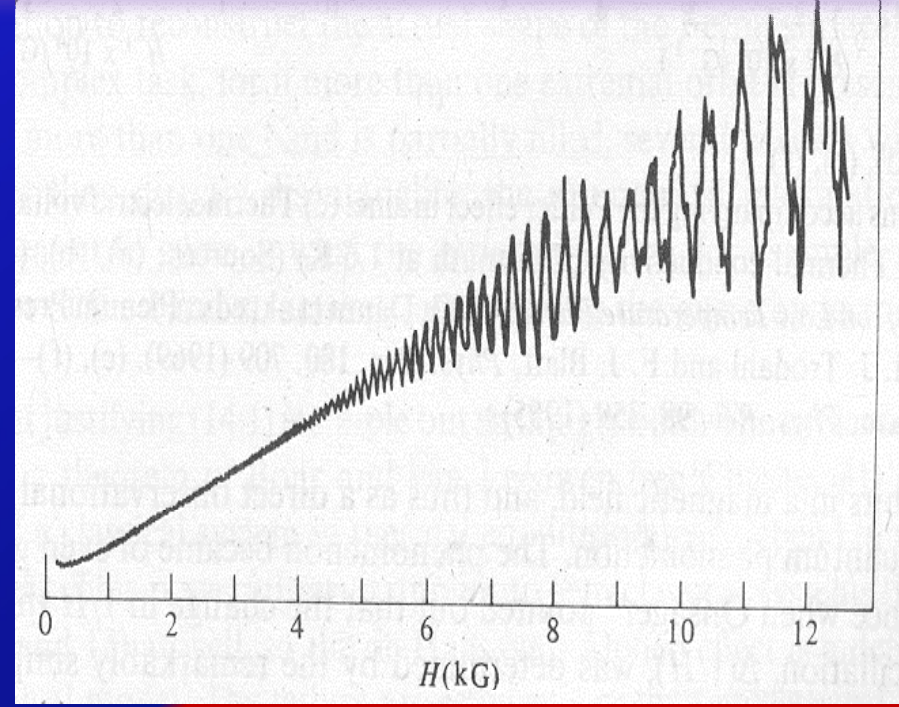


• لدينا نظام مكون من $N = 50$ و $\rho = 0.5$ في بعدين تحت تأثير مجال مغناطيسي خارجي B . بالنسبة للجزء (a): الخطوط الداكنة تمثل عدد الإلكترونات الكلي في المسويات المملوءة تماما عندما يكون هناك مجال مغناطيسي. المناطق المظلمة تمثل عدد الإلكترونات في المدارات المملوءة جزئياً. تمثل الأرقام s الأرقام الأعلى للمستويات المملوءة. مثلاً عندما $B = 40$ لدينا $s = 2$ ، من العلاقات 33 و 34 لدينا: $n = 1$ و $n = 2$ مملوءة تماما (كل مستوى 20 إلكترونات)، ويبقى 10 إلكترونات موجودة في $n = 3$. عندما ترتفع $B = 50$ فإن المستويين الأولين مملوءين كل واحد 25 إلكترونات ويبقى الثالث فارغاً تماماً. الجزء (b) يمثل الدورية التي ذكرنا سابقاً في مقابل زيادة مقلوب شدة المجال.

الفصل التاسع: أسطح فرمي والمعادن



التمغنت للفضة تحت مجال قوي



مقاومية الجاليوم تحت مجال قوي

الفصل التاسع: أسطح فرمي والمعادن

De Haas-van Alphen Effect

أثر دي هاس فان ألفن

- أن عدد المستويات المملوءة مضروباً في الانقسام (Degeneracy) عند المجال المغناطيسي الخاص ب B_s يعطي العدد الكلي للألكترونات N .
- وسوف نحاول الآن بيان الدورية في الطاقة Periodicity تحت تأثير المجال المغناطيسي الخارجي B . سوف نستخدم علاقة الطاقة الخاصة بالمستويات وهي:

$$E_n = \left(n - \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c \quad \text{where } \omega_c = \frac{eB}{m^* c}$$

- مع ملاحظة أن القيمة الدنيا لـ n تساوي 1 وليس 0 كما تعودنا في المتذبذب التوافقي البسيط.
- إذن يمكن حساب الطاقة الكلية للمستويات المملوءة كما يلي:

$$\sum_{n=1}^s D \hbar \omega_c \left(n - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} D \hbar \omega_c s^2 \quad (35)$$

- حيث D تمثل عدد الإلكترونات في كل مستوى.

الفصل التاسع: أسطح فرمي والمعادن

De Haas-van Alphen Effect

أثر دي هاس فان ألفن

• الطاقة الكلية لجميع الإلكترونات في المستويات المملوءة جزئياً: $s + 1$ تعطي كالتالي:

$$\hbar \omega_c \left(s + \frac{1}{2} \right) (N - sD) \quad (36)$$

• حيث تمثل الكمية sD العدد الكلي للإلكترونات في المستويات المملوءة.
• المجموع الكلي للطاقة لنظام مكون من N من الإلكترونات يمكن حسابه بجمع المعادلتين (35) و (36).

• يعطى العزم المغناطيسي μ لنظام ما عند الصفر المطلق بالصورة: $\mu = -\partial U / \partial B$
والعزم هنا دالة متذبذبة في الكمية $1/B$. وهذا التذبذب للعزم المغناطيسي هو ما يسمى باثر دي-هاس-فان-ألفن.

من معادلة (31) يمكن توضيح أن التذبذب يحصل عند فترات متساوية من الكمية $1/B$.

$$\Delta \left[\frac{1}{B} \right] = \frac{2\pi e}{\hbar c S} \quad (37)$$

الفصل التاسع: أسطح فرمي والمعادن

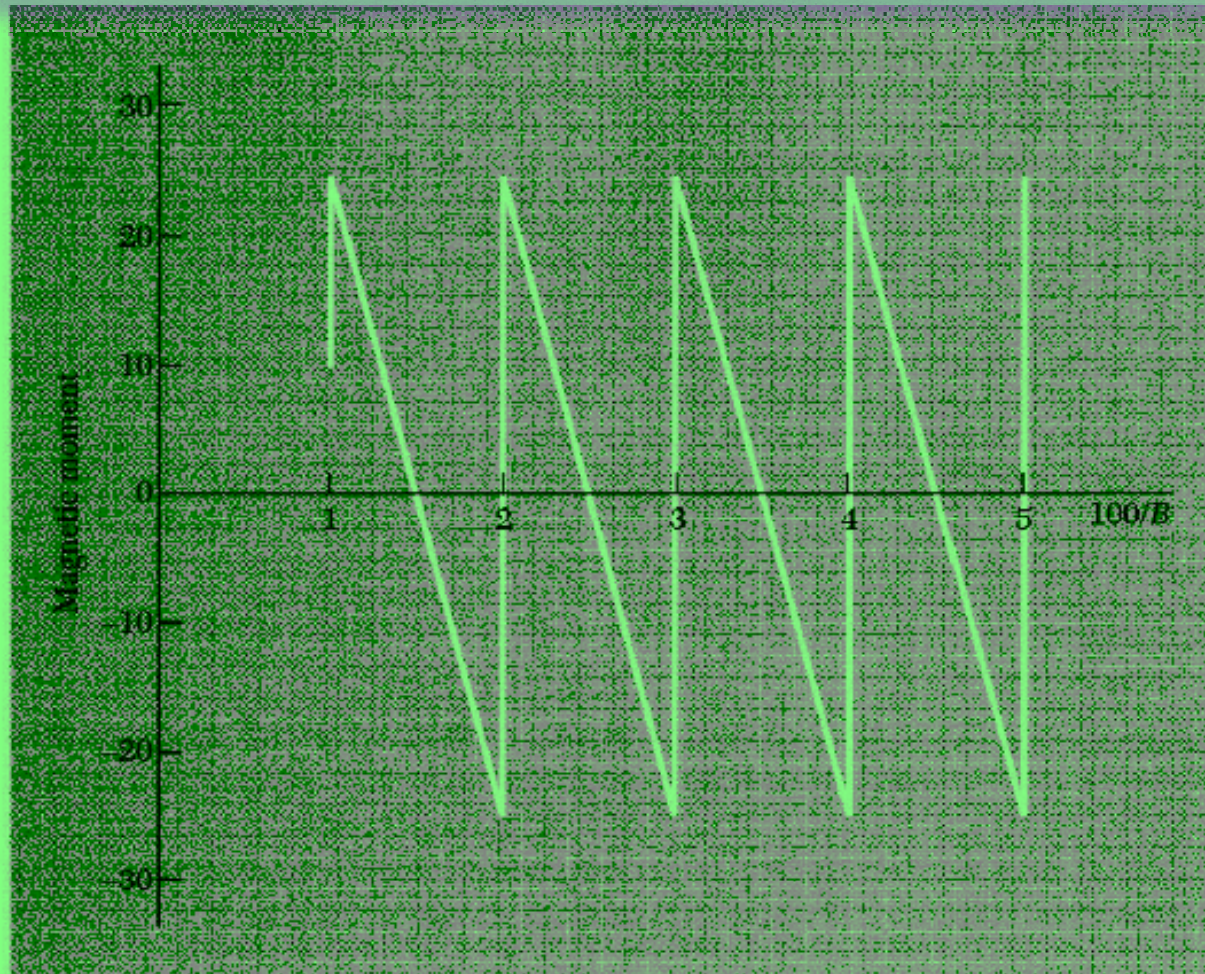


Figure 27 At absolute zero the magnetic moment is given by $-\partial U/\partial B$. The energy plotted in Fig. 26 leads to the magnetic moment shown here, an oscillatory function of $1/B$. In impure specimens the oscillations are smudged out in part because the energy levels are no longer sharply defined.

الفصل التاسع: أسطح فرمي والمعادن

De Haas-van Alphen Effect

أثر دي هاس فان ألفن

- نلاحظ أن S الواردة في العلاقة الأخيرة هي رمز لمساحة سطح فرمي المتعامد مع المجال المغناطيسي.
- إذن بعمل القياسات الواردة في هذه العلاقة يمكن معرفة الكثير عن مساحة وشكل سطح فرمي.

طبيعة وشكل سطح فرمي للنحاس

- تم تطبيق التقنيات المذكورة لدراسة سطح فرمي لعنصر النحاس. وتذكر أننا قلنا سابقا بأن كرة فرمي هي مجرد تقريب وألا فإن سطح فرمي قد يكون أعقد بكثير من مجرد سطح كروي.
- أن سطح فرمي في هذا الحالة يتكون من ثمانية نتوءات تشبه عنق الزجاجة يلامس كل منها أحد أسطح خلية الوحدة متمركزة الوجه المشكلة لمنطقة برلوين الأولى.
- أن تركيز الإلكترونات لهذه الشبكة هو: $n = 4/a^3$ أي أنه يوجد 4 إلكترونات في خلية الوحدة المكعبة الشكل والتي حجمها a^3
- نتذكر أنه للغاز الإلكتروني الحر لدينا:

$$N = \frac{V}{3\pi^2} k_F^3$$

الفصل التاسع: أسطح فرمي والمعادن

De Haas-van Alphen Effect

أثر دي هاس فان ألفن

• وهي تقود إلى أن:

$$k_F = \left(\frac{3\pi^2 N}{V} \right)^{1/3} = (3\pi^2 n)^{1/3} = \left(\frac{12\pi^2}{a^3} \right)^{1/3} \approx 4.9 / a$$

- وهو يمثل نصف قطر كرة فرمي للألكترون الحر تماما، مما يعني أن القطر يساوي ضعف هذه الكمية أي: $9.8/a$.
- هذه القيمة عندما تحسب للنحاس فأنها تبلغ: $10.88/a$ وهي تختلف قليلا.
- يدل هذا الفرق البسيط بين النتيجةين أن سطح فرمي مقابل سطح منطقة برلوين يمتد قليلا مشكلا ما يشبه العنق لكي يلامس سطح الكرة سطح منطقة برلوين.

الفصل التاسع: أسطح فرمي والمعادن

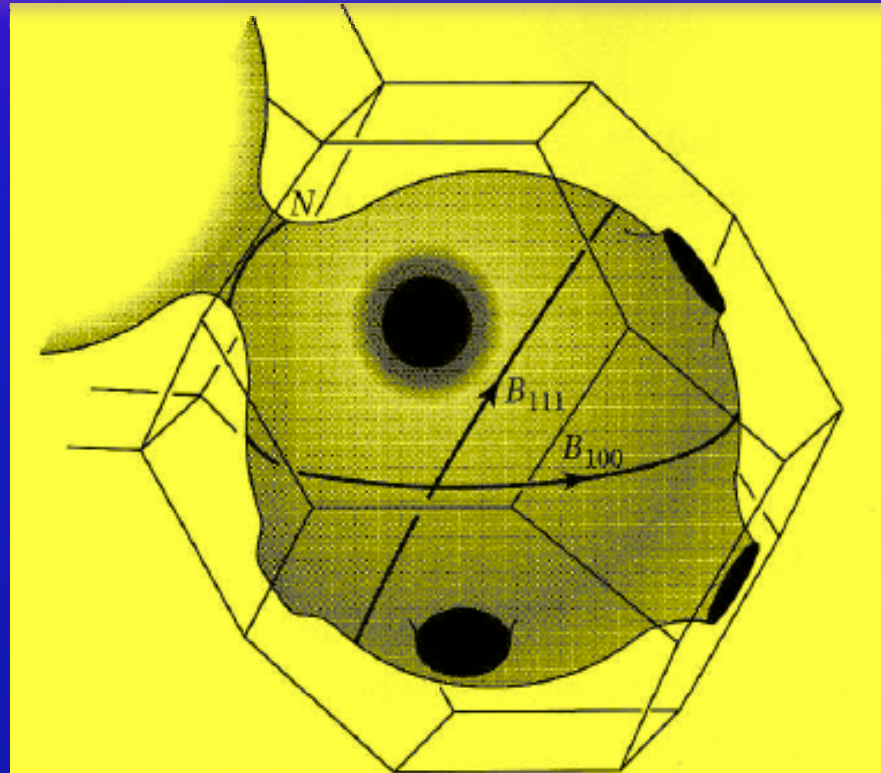


Figure 29 Fermi surface of copper, after Pippard. The Brillouin zone of the fcc structure is the truncated octahedron derived in Chapter 2. The Fermi surface makes contact with the boundary at the center of the hexagonal faces of the zone, in the $[111]$ directions in \mathbf{k} space. Two “belly” extremal orbits are shown, denoted by B ; the extremal “neck” orbit is denoted by N .