

الفصل الخامس

استهلاك القروض العادية طويلة الأجل بفائدة مركبة

مقدمة :

الجدير بالذكر أن رأس المال تنحصر إستخداماته فى شقين الشق الأول الجانب الاستثمارى وقد استعرضنا فى الفصول سالفه الذكر صورة المختلفة والشق الثانى الجانب التمويلي والذي سوف نستعرضه فى هذا الفصل من خلال دراستنا لاستهلاك القروض العادية التى تمثل الجانب الاعظم . ويقصد باستهلاك القروض سدادها وفوائدها مرة واحدة أو على أقساط متساوية كانت أو غير متساوية .

ويعتبر موضوع استهلاك القروض العادية طويلة الأجل أهم النواحي التطبيقية للرياضيات المالية فى الأسواق المالية نتيجة وجود العديد من المعاملات التجارية والمصرفية طويلة الأجل لعدد من السنوات يربو عن سنة (٥ سنوات - ١٠ سنوات - ٢٠ سنة) كما هو الحال فى القروض العقارية والصناعية والزراعية والتى قد تصل مددها إلى عشرات السنين .

ومما لا ريب فيه أن المؤلف يرى أن موضوع استهلاك القروض يعتبر بمثابة القلب النابض والشريان الأعظم للرياضيات المالية لذا ينبغى أن يلقى اهتماماً بالغاً من المهتمين بالجوانب المالية والمصرفية لأهميته فى السوق المالية .

وبالنظر إلى ما هو سائد فى السوق المالية نجد أن هناك العديد من الطرق لاستهلاك القروض العادية طويلة الأجل تنحصر أهمها فى الطرق الآتية :

- ١ - طريقة إستهلاك القرض وفوائده فى نهاية المدة ، وقد سلف دراسة هذه الطريقة بإستخدام معادلة الجملة فى الفصل الأول .

٢ - طريقة استهلاك القرض على أقساط متساوية مع سداد فائدة الرصيد مع القسط المتساوى من الأصل وهى ما يطلق عليها طريقة الاستهلاكات المتساوية ، وهذه الطريقة أسلوب معالجتها (دراستها) لا يختلف فى الفائدة المركبة عن الفائدة البسيطة التى سلف دراستها فى الجزء الأول (الفصل الخامس)

٣ - طريقة استهلاك القرض على أقساط متساوية من الاصل والفوائد معاً ، وبمقتضى هذه الطريقة يقوم المدين أو المقرض (الشخص الطبيعية أو الاعتبارى) بسداد القرض وفائدته على أقساط دوريه متساوية حيث يتم استهلاك القرض وفوائده كاملة عند سداد القسط الأخير فى نهاية مدة القرض .

٤ - طريقة الاحتياطي المستثمر ، وبمقتضى هذه الطريقة يقوم المدين بدفع الفائدة المستحقة على القرض بصفة دورية منتظمة فى نهاية كل فترة زمنية خلال مدة القرض وفى نهاية هذه المدة يسدد قيمة القرض كاملة، لهذا حتى يتسنى للمدين القدرة على سداد قيمة القرض مرة واحدة فى نهاية مدة القرض فإنه يقوم بحجز مبالغ معينة (تعتبر بمثابة دفعات عادية) فى حساب خاص واستثمارها بمعدل فائدة معين بحيث يصير جملة هذه الدفعات (المبالغ المحجوزة) مساوية لقيمة القرض كاملة فى نهاية المدة .

فضلا عن ذلك فهناك طرق أخرى لاستهلاك القروض تتواءم ومقدرة الأشخاص المالية لا يتسع المكان لذكرها .

ولما كانت الطريقتان الأولى والثانية سلف دراستهما لذا فإن هذا الفصل سوف يخصص لدراسة المفاهيم الأساسية للطريقتين الثالثة والرابعة كما هو مبين على النحو التالى :

أولاً: المفاهيم الأساسية لطرق استهلاك القروض العادية طويلة الآجل :

١ - طريقة استهلاك القرض على أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً :
وهذه الطريقة بلاريب أكثر شيوعاً في السوق المالية على وجه الخصوص في استهلاك القروض العقارية والصناعية حيث بمقتضاها يهتم كل من الدائن (المقرض) والمدين (المقترض) بسداد الفوائد اهتمامها بسداد القرض . لهذا فهذه الطريقة تتيح لكل طرف من أطراف عملية التمويل (الدائن والمدين) معرفة قيمة المبالغ المسددة أو المبالغ الباقية من القرض والفوائد معاً في نهاية أية فترة زمنية خلال مدة القرض .

وتتلخص هذه الطريقة في أن القرض الأصلي يسدد بمقتضى قسط متساوى ثابت خلال فترة استهلاك القرض ، هذا القسط المتساوى يتكون من جزئين هما :

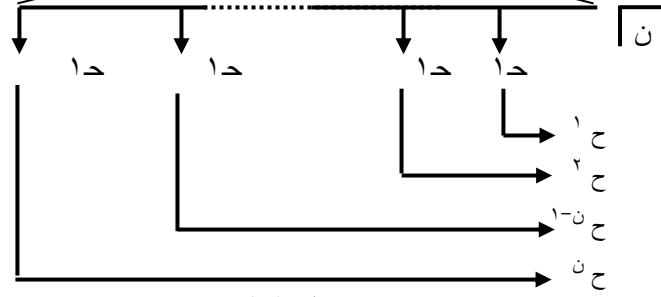
- ١ - الفوائد المستحقة والتي تتناقص باستمرار خلال مدة القرض .
 - ٢ - الإستهلاكات من القرض والتي تتزايد باستمرار خلال مدة القرض .
- لذلك يقتضى هذا بيان كيفية حساب كل من القسط المتساوى والاستهلاكات المختلفة رياضياً كما يتبين لنا فيمايلي :

١ - ١ كيفية حساب القسط المتساوى :

إذا فرضنا أن هناك قرضاً "س" والمطلوب سداده على أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً خلال "ن" من وحدات الزمن بمعدل فائدة مركبة قدرة "ع" فإنه يمكن بيان كيفية حساب القسط المتساوى (بفرض أنه يرمز له بالرمز "ط") والذي يسدد في نهاية كل فترة زمنية بإعتباره بمثابة "دفعة عادية" بطريقتين مختلفتين كما يتضح لنا من الأشكال (١) ، (٢) الآتية :

الطريقة الأولى : مساواة قيمة القرض بقيمة الأقساط في "تاريخ عقد القرض"

ط × د س ١ ٢ ن-١ ن



شكل (١)

بمساواة قيمة القرض بقيمة الأقساط في تاريخ عقد القرض كما يتبين لنا من شكل (١) نجد أن :

قيمة القرض (س) = القيمة الحالية للأقساط المتساوية

، القيمة الحالية للأقساط = قيمة القسط (الدفعة) \times $\frac{1}{(1 + \frac{\%ع}{100})^d}$

$$= \frac{ط \times \frac{1}{(1 + \frac{\%ع}{100})^d}}{1}$$

$$\therefore س = ط \times \frac{1}{(1 + \frac{\%ع}{100})^d}$$

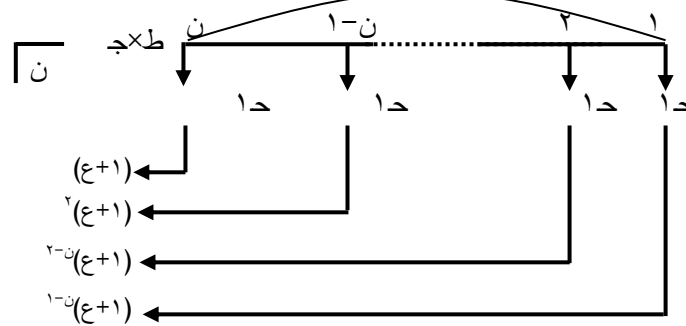
$$\therefore \text{قيمة القسط المتساوى (ط)} = \frac{س}{\frac{1}{(1 + \frac{\%ع}{100})^d}} = \frac{س \times (1 + \frac{\%ع}{100})^d}{1}$$

وإذا افترضنا أن قيمة القرض جنييه واحد فإن :

$$(١) \quad \frac{1}{(1 + \frac{\%ع}{100})^d} = ط = \text{القسط المتساوى}$$

الطريقة الثانية : مساواة قيمة القرض بقيمة الأقساط في "نهاية مدة القرض"

القرض ن وحدة زمن الجملة المركبة للقرض = الجملة المركبة للأقساط المتساوية



شكل (٢)

بمساواة قيمة القرض بقيمة الأقساط في نهاية مدة القرض كما يتبين لنا من شكل (٢) نجد أن :

جملة القرض = جملة الأقساط

، جملة الأقساط = قيمة القسط $\times \sqrt[n]{1 + \frac{ع}{100}}$

∴ س (ع+١)^ن = ط $\times \sqrt[n]{1 + \frac{ع}{100}}$

س (ع+١)^ن

∴ ط = $\frac{\sqrt[n]{1 + \frac{ع}{100}}}{\sqrt[n]{1 + \frac{ع}{100}}}$

، $\frac{1 - (1 + \frac{ع}{100})^{-ن}}{\frac{ع}{100}} = \sqrt[n]{1 + \frac{ع}{100}}$

∴ ط = $\frac{س (ع+١)^ن}{\frac{1 - (1 + \frac{ع}{100})^{-ن}}{\frac{ع}{100}}} = \frac{س (ع+١)^ن \times \frac{ع}{100}}{1 - (1 + \frac{ع}{100})^{-ن}}$

بضرب الطرف الأيسر ببسطاً ومقاماً في (ع+١)^ن ينتج أن :

∴ ط = س $\times \frac{ع}{1 - (1 + \frac{ع}{100})^{-ن}}$

، $\frac{ع}{1 - (1 + \frac{ع}{100})^{-ن}} = \frac{1}{\sqrt[n]{1 + \frac{ع}{100}}}$

$$\therefore \text{القسط المتساوى} = ط = س \times \frac{1}{\sqrt[n]{د}} \quad (٢)$$

ومن الجدير بالذكر أن $\frac{1}{\sqrt[n]{د}}$ هى مقلوب القيمة الحالية لدفعة عادية قدر كل منها جنيه واحد ولمدة n من الوحدات الزمنية (القسط المتساوى من الأصل والفوائد معاً لقرض قدره جنيه واحد ولمدة n وحدة زمن) قد أعد لها جدول خاص وهو الجدول الأخير (العمود السادس) من الجداول المالية وذلك تلاشياً لصعوبة عملية القسمة وشيوع استخدام الناتج فى العمليات الحسابية الخاصة بحساب القسط المتساوى وبفرض أن القسط المحسوب بالقرض قدره جنيه واحد فإن المعادلة (٢) تصبح :

$$ط = \frac{1}{\sqrt[n]{د}} \quad \text{وهى نفس المعادلة} \quad (١)$$

واحد فإن المعادلة (٢) تصبح :

مثال (١) :

إقترض أحد المزارعين من بنك التنمية مبلغاً قدره ٣٠٠٠ جنيهات وذلك لإنشاء مزرعة دواجن وقد تعهد بسداد هذا القرض على خمسة أقساط متساوية سنوية من الأصل والفوائد معاً يدفع كل منها آخر كل سنة فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة ١١% سنوياً :

فالمطلوب : أ - حساب القسط السنوى المتساوى .

ب - بيان طريقة تكوين القسط الأول والثانى .

ج - حساب مجموع الفوائد التى يدفعها المزارع .

الحل

أ - القسط السنوى المتساوى :

$$\frac{1}{\sqrt[n]{1 + \frac{c}{100}}} \times \text{القرض} = \text{القسط المتساوي}$$

$$= \frac{1}{\sqrt[11]{1 + \frac{11}{100}}} \times 30000 = 27057 \times 30000 = 8117,103 \text{ جنيهاً}$$

$$\text{(من جدول } \frac{1}{\sqrt[n]{1 + \frac{c}{100}}} \text{ تحت } c = 11\% \text{ وأمام } n = 5)$$

ب - بيان طريقة تكوين القسط الأول والثاني :

حيث أن القسط المتساوي يتكون من جزئين الاول ويمثل الفائدة المستحقة على رصيد القرض والآخر يمثل الجزء المستهلك من أصل القرض لذا فإن القسط الأول يتكون من :

أ - فائدة القرض لمدة سنة .

ب - الإستهلاك الأول من القرض .

$$، ف ١ = 30000 \times \frac{11}{100} = 3300 \text{ جنيه}$$

∴ الإستهلاك الأول (ك١) = ط - ف١

$$= 8117,103 - 3300 = 4817,103 \text{ جنيه}$$

أي أن القسط الأول والذي قدره ٨١١٧,١٠٣ جنيه يتكون من فائدة قدرها ٣٣٠٠ جنيه وإتهلاك من الأصل وقدره ٤٨١٧,١٠٣ جنيه .

والقسط الثاني يتكون من ف٢ + ك٢

وحيث أن ف٢ تحسب على الرصيد الباقي من القرض بعد سداد الإستهلاك الأول .

∴ الرصيد الباقي بعد سداد الإستهلاك الأول = $٤٨١٧,١٠٣ - ٣٠٠٠٠ = ٢٥١٨٢,٨٩٧$ جنيه

$$\therefore \text{ف ٢} = \frac{١١}{١٠٠} \times ٢٥١٨٢,٨٩٧ = ٢٧٧٠,١١٨ \text{ جنيه}$$

∴ الاستهلاك الثانى (ك٢) = $٤٨١٧,١٠٣ - ٢٧٧٠,١١٨ = ٥٣٤٦,٩٨٥$ جنيهاً

∴ القسط الثانى والذى قدره $٤٨١٧,١٠٣$ جنيه يتكون من فائدة قدرها

$$٢٧٧٠,١١٨ \text{ جنيه وإستهلاك قدره } ٥٣٤٦,٩٨٥ \text{ جنيهاً}$$

ج - حساب مجموع الفوائد التى يدفعها المزارع :

مجموع ما يدفعه المزارع من أصل القرض وفوائده = القسط المتساوى × عدد الأقساط

$$= ٧١١٨,١٠٣ \times ٥ = ٣٥٥٩٠,٥١٥ \text{ جنيه}$$

∴ مجموع الفوائد التى يدفعها المزارع

$$= ٣٥٥٩,٥١٥ - ٣٠٠٠٠ = ٥٥٩٠,٥١٥ \text{ جنيهاً}$$

٢-١ العلاقة بين الإستهلاكات المختلفة :

كما تبين لنا من الشكل (١) أن حساب الجزء المستهلك من القرض فى نهاية سنة معينة يقتضى حساب رصيد القرض فى بداية هذه السنة ثم حساب الفائدة المستحقة على الرصيد حتى نهاية السنة ثم طرح هذه الفائدة من القسط المتساوى فنحصل على الجزء المستهلك (الإستهلاك) من القرض فى هذه السنة .

ولما كانت هذه الطريقة بلا ريب سهلة وممكنة إلا إنها تحتاج لعمليات حسابية طويلة له ١١ فإنه يمكننا التوصل إلى عدة علاقات بين الإستهلاكات بمقتضاها يمكن حساب أحدها من الآخر وبطرح كل إستهلاك من القسط

المتساوى ينتج الفائدة المقابلة للإستهلاك بنفس السنة ويمكن بيان ذلك كمايلي :

بفرض أن القرض يرمز له بالرمز "س" والفوائد المستحقة خلال مدة القرض يرمز لها بالرموز ف ١ ، ف ٢ ، ، ف ن على التوالي ومعدل الفائدة المركبة "ع" وعدد الفترات الزمنية بالرمز "ن" والمطلوب حساب الإستهلاكات المختلفة .

على ضوء المثال (١) يمكن حساب الإستهلاكين الأول والثانية ثم إستنتاج باقى الإستهلاكات كالاتى :

فى نهاية الفترة الزمنية الأولى :

$$\begin{aligned} \text{ف ١} &= \text{س} \times \text{ع} \times ١ = \text{س ع} \\ \text{ك ١} &= \text{ط} - \text{ف ١} = \text{ط} - \text{س ع} \\ \text{الرصيد فى نهاية الفترة الأولى} &= \text{س} - (\text{ط} - \text{س ع}) \\ &= \text{س} - \text{ك ١} \end{aligned}$$

فى نهاية الفترة الزمنية الثانية :

$$\begin{aligned} \text{ف ٢} &= (\text{س} - \text{ك ١}) \times \text{ع} \times ١ = (\text{س} - \text{ك ١}) \text{ ع} \\ \text{ك ٢} &= \text{ط} - \text{ف ٢} = \text{ط} - (\text{س} - \text{ك ١}) \text{ ع} \\ &= (\text{ط} - \text{س ع}) + \text{ك ١ ع} \\ &= \text{ك ١} + \text{ك ١ ع} \end{aligned}$$

$$\text{ك ٢} = \text{ك ١} (١ + \text{ع})$$

وبالمثل نجد أن :

$$\text{ك ٣} = \text{ك ٢} (١ + \text{ع})$$

$$\text{ك ٤} = \text{ك ٣} (١ + \text{ع})$$

وهكذا حتى نصل إلى الفترة الزمنية النونية فنجد أن :

(٣)

$$\boxed{\text{ك ن} = \text{ك ن-١} (١ + \text{ع})}$$

وبالنظر إلى قيم الإستهلاكات المختلفة السابقة (ك^١ ، ك^٢ ، ك^٣ ، ك^ن) نجد إنها تكون متوالية هندسية تصاعدية حدها الأول ك^١ وأساسها (ع+١) .

وحيث أن الحد النوني للمتوالية الهندسية = أ ر^{ن-١}

$$= \text{الحد الأول} \times (\text{الأساس})^{ن-١}$$

$$(٤) \quad \boxed{\text{الإستهلاك النوني} = (\text{ك}^{\text{ن}}) = \text{ك}^{\text{١}} (ع+١)^{ن-١}}$$

لذا فإن :
أى أن :

أى الإستهلاك = الإستهلاك الأول × (جملة الجنيه الواحد) رقم الإستهلاك - ١
ومن العلاقة (٤) ينتج أن :

$$\text{ك}^{\text{٢}} - \text{ك}^{\text{١}} = (ع+١)^{١-٢} \text{ك}^{\text{١}}$$

$$\text{ك}^{\text{٣}} - \text{ك}^{\text{٢}} = (ع+١)^{٢-٣} \text{ك}^{\text{٢}}$$

$$\text{ك}^{\text{٤}} - \text{ك}^{\text{٣}} = (ع+١)^{٣-٤} \text{ك}^{\text{٣}}$$

وهكذا

ومن العلاقة (٣) يمكن إستنتاج عدة نتائج هى :

١ - أى إستهلاك = الإستهلاك السابق له (ع+١) .

٢ - إذا قسمنا أى إستهلاك على الإستهلاك السابق له مباشرة نحصل على (ع+١)

$$(٥) \quad \boxed{\text{أى أن :} \quad \frac{\text{ك}^{\text{ن}}}{\text{ك}^{\text{ن-١}}} = (ع+١)}$$

٣ - إذا قسمنا أى إستهلاك على (ع+١) ينتج الإستهلاك السابق له مباشرة .

$$(٦) \quad \boxed{\text{أى أن :} \quad \frac{\text{ك}^{\text{ن}}}{(ع+١)} = \text{ك}^{\text{ن-١}}}$$

٣-١ علاقات أخرى هامة :

بجانب العلاقات السالفة يمكن إيجاد قيمة القرض أو معدل الفائدة أو القسط المتساوي بمقتضى علاقات أخرى يمكن بيانها فيمايلي :

١ - إيجاد قيمة القرض :

يمكن إيجاد قيمة القرض من العلاقة التالية :

$$(٧) \quad \boxed{\text{القرض} = ك_١ \times \frac{1 - (1 + ع)^{-ن}}{ع}}$$

الإثبات :

القرض = مجموع الإستهلاكات

$$\begin{aligned} &= ك_١ + ك_١(١ + ع) + ك_١(١ + ع)^٢ + + ك_١(١ + ع)^{ن-١} \\ &= ك_١ [١ + (١ + ع) + (١ + ع)^٢ + + (١ + ع)^{ن-١}] \\ &= ك_١ \times \frac{1 - (1 + ع)^{-ن}}{ع} \end{aligned}$$

٢ - إيجاد معدل الفائدة :

يتم إيجاد معدل الفائدة من الفرق بين أى استهلاكين حيث أن الفرق بين أى استهلاكين متتاليين مقسوماً على الإستهلاك السابق يساوى معدل الفائدة .

الإثبات :

$$\begin{aligned} ك_٢ - ك_١ &= ك_١(١ + ع) - ك_١ = ك_١(١ + ع - ١) = ك_١ ع \\ ك_٢ - ك_١ &= ك_١ ع \end{aligned}$$

$$(٨) \quad \boxed{\frac{ك_٢ - ك_١}{ك_١} = ع}$$

$$\text{وبالمثل نجد أن } ع = \frac{ك_٣ - ك_٢}{ك_٢} ، ع = \frac{ك_٤ - ك_٣}{ك_٣} \dots \text{ وهكذا}$$

٣ - إيجاد القسط المتساوى :

يمكن إيجاد القسط المتساوى من العلاقة التالية :

القسط المتساوى = جملة الإستهلاك الأخير = الإستهلاك الأخير (ع+١)
الإثبات :

الإستهلاك الأخير (ك ن) = القسط المتساوى - الفائدة الأخيرة
 وحيث أن الأصل الأخير (الرصيد الأخير من الأصل) = الإستهلاك الأخير

$$\text{القسط المتساوى} = \text{ك ن} + \text{ك ن} \times \text{ع} \\ = \text{ك ن} (ع+١)$$

أى أن : القسط المتساوى = الإستهلاك الأخير (ع+١) (٩)

مثال (٢) :

إقترض شخص من بنك مصر مبلغ ٢٠٠٠٠ جنية لمدة ٤ سنوات تعهد بسداد هذا القرض على ٤ أقساط سنوية متساوية من الأصل والفائدة معاً على أساس معدل فائدة مركبة ١٢% سنوياً .

فالمطلوب : تصوير جدول الإستهلاك

الحل

$$\frac{1}{\frac{1}{\sqrt[n]{\text{ع}}}} \times \text{القرض} = \text{القسط المتساوى} \\ = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt[4]{\text{ع}}}} \times 20000 =$$

$$= 20000 \times \frac{1}{\frac{1}{\sqrt[4]{\text{ع}}}} \text{ (من جدول) } 3292339 \text{ تحت } \text{ع} = 12\% \text{ وأمام } \text{ن} = 4 \\ = 6584,78$$

$$\text{ف} 1 = 20000 \times \frac{12}{100} \times 1 = 2400 \text{ جنية}$$

$$\therefore \text{ك} = ٦٥٨٣,٧٨ - ٢٤٠٠ = ٤١٨٤,٦٧٨$$

$$\text{ك} = ١,١٢ \times ٤١٨٤,٦٧٨ = ٤٦٨٦,٨٣٩٣$$

$$\text{ك} = ١,١٢ \times ٤٦٨٦,٨٣٩٣ = ٥٢٤٩,٢٦٠$$

$$\text{ك} = ١,١٢ \times ٥٢٤٩,٢٦٠ = ٥٨٧٩,١٧١٢$$

$$\text{مجموع الإستهلاكات} = ١٩٩٩,٩٤٨$$

وحيث أن مجموع الإستهلاكات أقل من قيمة القرض لذا يجب زيادة الإستهلاكات الأول والثاني لأن كسورها أكبر من كسور الإستهلاكات الأخرى أى يجب تسوية الكسور بحيث تجعل مجموع الإستهلاكات مساوية لقيمة القرض (أنظر إلى الجدول التالي) .

جدول الإستهلاكات

السنة	الأصل أول كل سنة	فائدة الأصل آخر السنة	الإستهلاكات من الأصل آخر السنة	القسط المتساوى	الرصيد آخر السنة
١	٢٠٠٠٠	٢٤٠٠	٤١٨٤,٧١٠	٦٥٨٤,٦٨٧	١٥٨١٥,٢٩٠
٢	١٥٨١٥,٢٩٠	١٨٩٧,٨٤٧	٤٦٨٦,٨٥٩	-	١١٢٨,٤٣١
٣	١١١٢٨,٤٣١	١٣٥٣,٤٢٧	٥٢٤٩,٢٦٠	-	٥٨٧٩,١٧١
٤	٥٨٧٩,١٧١	٧٠٥,٥١٠	٥٨٧٩,١٧١	-	-
المجموع		٦٣٥٦,٧٨٤	٢٠٠٠٠	٢٦٣٣٨,٧٤٨	-

مثال (٣) :

إقترض مصنع النسيج بالمحلة الكبرى مبلغاً من بنك الدلتا لبناء عمارات سكنية للعاملين به وتعهده بسداده على ١٠ أقساط سنوية متساوية من أصل القرض والفوائد معاً وبالإطلاع على جدول إستهلاك القرض تبين أن الإستهلاك الخامس يساوى ٩٤٤٧,٣١٨ جنيهاً والإستهلاك الرابع ٨٣٤٥,٨٢ جنيهاً المطلوب حساب مايلى :

أ - معدل الفائدة المركبة .

- ب - قيمة القرض .
 ج - قيمة القسط المتساوى .
 د - تصوير جدول الإستهلاك للخمس سنوات الأولى .

الحل

أ - حساب معدل الفائدة المركبة :

$$(٥) \quad \text{أى أن : } \frac{ك_n}{ك_{n-1}} = (١+ع)$$

$$\therefore \quad \frac{ك_٥}{ك_٤} = (١+ع)$$

$$\text{أى أن : } ١,١٣ = \frac{٩٤٤٧,٣١٨}{٨٣٤٥,٨٢}$$

∴ معدل الفائدة المركبة = ١٣%

ب - حساب قيمة القرض :

قيمة القرض = مجموع الإستهلاكات = $ك_١ \times \frac{١ - (١+ع)^{-ن}}{ع}$
 لذا فإننا يمكننا الحصول على قيمة القرض بطريقتين هما :

- ١ - إيجاد كل الإستهلاكات وجمعها .
- ٢ - إيجاد الإستهلاك الأول ثم ضربية فى $\frac{١ - (١+ع)^{-ن}}{ع}$
 وحيث أن الطريقة الثانية أيسر فى الحساب بالمقارنة بالطريقة الأولى
 التى بمقتضاها ينبغى إيجاد كل الإستهلاكات وهذا يحتاج إلى جهد ووقت
 طويل لذا فيمكن إيجاد القرض بالطريقة الثانية كالاتى :

$$\text{أى أن : } \frac{ك_n}{(١+ع)} = ك_{n-1}$$

$$\therefore \text{ك} = \frac{\text{ك} \text{ } \epsilon}{(ع+1)}$$

$$\therefore \text{ك} = 3785,681 \frac{8345,82}{1,13}$$

$$\text{ك} = 6536,0012 \frac{7385,6814}{1,13}$$

$$\text{ك} = 5784,0719 \frac{6536,0012}{1,13}$$

$$\therefore \text{قيمة القرض} = \text{ك} = 5784,0719 \times \frac{10}{100} = 578,40719$$

$$= 18,41985 \times 5784,0719 \text{ (من جدول) } \frac{10}{100} \text{ تحت } ع = 13\% \text{ وأمام } ن = 10$$

$$= 106541,15 \text{ جنيه}$$

ج - حساب القسط المتساوى :

$$\text{القسط المتساوى} = \text{القرض} \times \frac{1}{\frac{10}{100}}$$

$$= 106541,15 \times \frac{1}{\frac{10}{100}} = 106541,15 \times 10 = 1065411,5$$

$$= 1065411,5 \times 1842896 = 19634,433 \text{ جنيه}$$

د - تصوير جدول الإستهلاك للخمس سنوات الأولى
جدول الإستهلاكات

السنة	الأصل أول كل سنة	فائدة الأصل آخر السنة	الإستهلاكات من الأصل آخر السنة	القسط المتساوي	الرصيد آخر السنة
١	١٠٦٥٤١,١٥	١٣٨٥٠,٣٦١	٧٥٨٤,٠٧١٩	١٩٦٤٣,٤٣٣	١٠٠٧٥٧,٧
٢	١٠٠٧٥٧,٠٢	١٠٣٩٨,٤٣١	٦٥٣٦,٠٠١٢	-	٩٤٢٢١,٠٧٦
٣	٩٤٢٢١,٠٧٦	١٢٢٨٨,٦١٣	٧٣٨٥,٦٨١٤	-	٨٦٨٣٥,٣٩٥
٤	٨٦٨٣٥,٣٩٥	١٠١٨٧,١١٥	٨٣٤٥,٨٢	-	٧٨٤٨٩,٥٧٥
٥	٧٨٣٨٩,٥٧٥		٩٤٤٧,٣١٨	-	٦٩٠٤٢,٢٥٧

مثال (٤) :

اقتترضت شركة عثمان أحمد عثمان للمقاولات مبلغاً ما من البنك الأفريقي العربي بمعدل فائدة مركبة ١١% سنوياً على أن تسدده على أربع أقساط متساوية من الأصل والفائدة معاً فإذا علمت أن الفرق بين الإستهلاكين الثاني والثالث ١٨٣٤,٣٥ جنيه فالمطلوب : حساب مايلي :

أ - قيمة القرض .

ب - قيمة القسط المتساوي .

ج - الرصيد المتبقى من القرض بعد سداد القسط الأول .

الحل

أ - إيجاد قيمة القرض

$$\frac{ك_٣ - ك_٢}{ك_٢} = ع$$

$$\therefore ك_٣ - ك_٢ = ك_٢ ع$$

$$\therefore ١٨٣٤,٣٥ = ك_٢ \times ١١$$

$$\therefore ك_٢ = ١٦٦٧٥,٩٠٩$$

$$\begin{aligned}
 & \text{ك}_٢ = \text{ك}_١ (١ + \text{ع}) \\
 & \therefore \text{ك}_١ = \frac{\text{ك}_٢}{(١ + \text{ع})} = \frac{١٦٦٧٥,٩٠٩}{١,١١} = ١٥٠٢٣,٣٤١ \\
 & \text{، قيمة القرض} = \text{ك}_١ \times \sqrt[٤]{١ + \text{ع}} = ٤,٧٠٩٧٣ \times ١٥٠٢٣,٣٤١ = ٧٠٧٧٥,٨٨١ \text{ جنيه}
 \end{aligned}$$

ب - حساب قيمة القسط المتساوى :

يمكن إيجاد القسط المتساوى بطريقتين هما :

$$\begin{aligned}
 & (١) \text{ القسط المتساوى} = \frac{\text{القرض}}{\sqrt[٤]{١ + \text{ع}}} \times \text{ع} \\
 & = \frac{٧٠٧٧٥,٨٨١}{\sqrt[٤]{١ + \text{ع}}} \times \text{ع} = ٢٢٨٠٦,٤٥٣ \text{ جنيه}
 \end{aligned}$$

$$(٢) \text{ ك}_٣ = \text{ك}_٢ (١ + \text{ع})$$

$$\text{ك}_٣ = ١٦٦٧٥,٩٠٩ \times ١,١١ = ١٨٥١٠,٢٥٨$$

$$\text{ك}_٤ = \text{ك}_٣ (١ + \text{ع}) = ١٨٥١٠,٢٥٨ \times ١,١١ = ٢٠٥٤٦,٣٨٧$$

$$\text{القسط المتساوى} = \text{ك}_٤ (١ + \text{ع}) = \text{الإستهلاك الأخير} \times (١ + \text{ع})$$

$$= ٢٠٥٤٦,٣٨٧ \times ١,١١ = ٢٢٨٠٦,٤٩ \text{ جنيه}$$

ج - حساب الرصيد المتبقى من القرض بعد سداد القسط الأول :

يمكن إيجاد الرصيد المتبقى بثلاث طرق هي :

١ - الرصيد الباقي = مجموع الإستهلاكات الثانية والثالثة والرابعة

$$\text{أو المتبقى} = \text{ك}_٢ + \text{ك}_٣ + \text{ك}_٤$$

$$\begin{aligned}
& ٢٠٥٤٦,٣٨٧ + ١٨٥١٠,٢٥٨ + ١٦٦٧٥,٩٠٩ = \\
& \quad = ٥٥٧٣٢,٥٥ \text{ جنيه} \\
& ٢ - \text{الرصيد الباقي} = \text{القيمة الحالية للأقساط الثلاثة الباقية} \\
& \quad = \text{القسط المتساوى} \times \sqrt[٣]{\frac{١}{١,١\%}} \\
& \quad = ٢,٤٤٣٧١ \times ٢٢٨٠,٦,٤٥٣ = \\
& \quad = ٥٥٧٣٢,٣٥٧ \text{ جنيه} \\
& ٣ - \text{الرصيد الباقي} = \text{القرض الأصلي} - \text{الإستهلاك الأول} \\
& \quad = ١٥٠٢٣,٣٤١ - ٧٠٧٥٥,٨٨١ = \\
& \quad = ٥٥٧٣٢,٥٤ \text{ جنيه}
\end{aligned}$$

ثانياً : التمارين التدريبية على الفصل الخامس

- (١) إقترضت شركة عبير للملابس الجاهزة مبلغ وقدره ٢٠٠٠ جنيه من البنك الاهلى - فرع طنطا بمعدل فائدة مركبة ١٥% على أن تسدده على ٨ أقساط سنوية متساوية من الاصل والفوائد معاً والمطلوب حساب مايلى :
- أ - القسط السنوى المتساوى .
- ب - الاستهلاكين الثالث والخامس .
- ج - الفائدة المستحقة على القرض فى نهاية السنة السادسة .
- د - تصوير جدول الإستهلاك لمدة ٤ سنوات فقط .
- (٢) أقترض أيمن محمد من بنك مصر - فرع طنطا فى آخر يونيو سنة ١٩٩٥ مبلغ وقدره ٢٠٠٠ جنيه وتعهد بسداده على ٤ أقساط سنوية متساوية من الاصل والفوائد معاً بمعدل فائدة مركبة قدره ١٤% سنوياً - المطلوب حساب القسط المتساوى إذا علمت أن الاقساط تدفع ابتداء من آخر سنة ١٩٩٦ .

(٣) إقترض مصنع الغزل بكفر الشيخ مبلغاً ما من البنك الأهلي وتعهّد بسداده على ٨ أقساط متساوية من الاصل والفوائد معا وبمراجعة البيانات الخاصة بإستهلاك القرض وجد أن قيمة الاستهلاك السادس ٤٥٠٧٩,١٦٧ جنيه وقيمة الاستهلاك الخامس ٤٢٩٣٢,٤٥ جنيه المطلوب حساب مايلي :

أ - معدل الفائدة المركبة .

ب - قيمة القرض .

ج - القسط المتساوى دون الاستعانة بالجداول المالية .