الاختبار الفصل الدراسي الثاني 34/35

س1: R علاقة على $\mathbb{Z}^+$

$mRn \iff$ يوجد عدد صحيح موجب a بحيث: $m=n^a$

(أ) R علاقة ترتيب جزئي على $\mathbb{Z}^+$

← انعكاسية: ليكن $m\in\mathbb{Z}^+$، لدينا $m=m^1$ إذن mRm

← تخالفية: ليكن $m,n\in\mathbb{Z}^+$ حيث mRn و nRm

يوجد عدد صحيح موجب a, b حيث $m=n^a$ و $n=m^b$

فإن $m=n^a=(m^b)^a=m^{ab}$

فإن: $m=1$ أو $ab=1$

فإن $m=n=1$ أو $a=b=1$

فإن $m=n$

← متعدية: ليكن $m,n,p\in\mathbb{Z}^+$ حيث mRn و nRp

يوجد a,b عدد صحيح موجب حيث: $m=n^a$ و $n=p^b$

فإن $m=n^a=(p^b)^a=p^{ab}$ و ab عدد صحيح موجب

فإن mRp

وبالتالي: R علاقة ترتيب جزئي على $\mathbb{Z}^+$

(ii) هل R علاقة ترتيب كلي ؟

R علاقة ترتيب جزئي

ولدينا $2 \neq 3^a$ لكل a عدد صحيح موجب.

فإن $2 \not R 3$

ولدينا $3 \neq 2^a$ لكل a عدد صحيح موجب.

فإن $3 \not R 2$

وبالتالي $2, 3$ لا يقبلان المقارنة بالعلاقة R.

ومنه فإن R علاقة ترتيب جزئي وليس كلي.

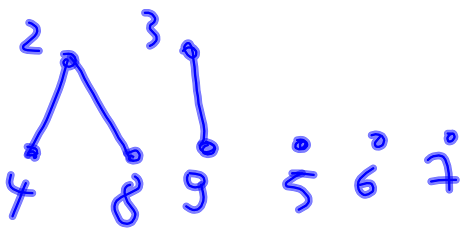
(iii) نشكل هاس باختصار لـ R على $A=\{2,3,4,5,6,7,8,9\}$

لدينا:

$4=2^2$ فإن $4R2$

$8=2^3$ فإن $8R2$

$9=3^2$ فإن $9R3$



س2 (أ)

$f(x,y,z) = (x+y')y + yz'$

(i) $CSP(f)$?

$$\begin{aligned} f(x,y,z) &= (x+y')y + yz' \\ &= xy + y'y + yz' \\ &= xy + yz' \\ &= xy(z+z') + (x+x')yz' \\ &= xyz + \underline{xy}z' + \underline{xy}z' + x'yz' \end{aligned}$$

$$\boxed{CSP(f) = xyz + xyz' + x'yz'}$$

(iii) $CPS(f)$?

$CSP(f') = xy'z + xy'z' + x'yz + x'y'z + x'y'z'$

$CPS(f) = (x'+y+z')(x'+y+z)(x+y'+z')(x+y+z')(x+y+z)$

(ب) لنكن $g(x,y,z) = x'z' + y'z' + xy'z + x'yz$

(i) $MSP(f)$?

	yz	yz'	$y'z'$	$y'z$
x	0	0	1	1
x'	1	1	1	0

ملاحظة:

$CSP(g) = xy'z' + xy'z + x'yz + x'yz' + x'y'z'$

$MSP(g) = x'y + y'z' + xy'$

(ii) $MPS(f)$?

$MSP(g') = xy + x'y'z$

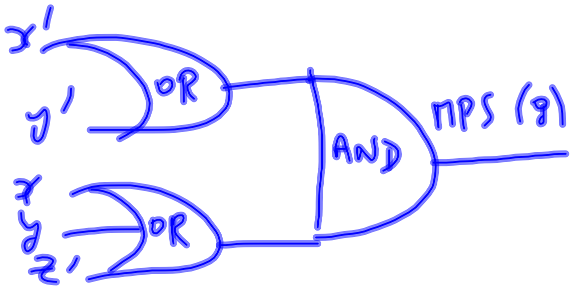
$MPS(g) = (x'+y')(x+y+z')$

(iii) شبكة عطف, فصل أصغرية ؟

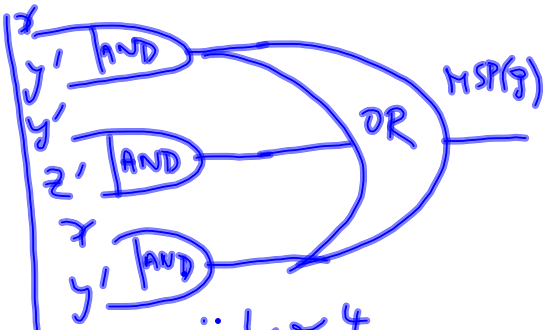
لدينا

$MSP(g) = xy' + y'z' + xy'$

$MPS(g) = (x'+y')(x+y+z')$.



3 بوابات



4 بوابات

شبكة عطف وفصل أصغرية نتيجة مخرجها g هي شبكة ذات ثلاث بوابات

(iv) شبكة مخرجها g باستخدام بوابات نفي العطف

$MSP(g) = [((x'y + y'z' + xy')')]' = ((x'y)'\cdot(y'z')'(xy')')'$

(v) شبكة مخرجها g باستخدام بوابات نفي الفصل

$MPS(g) = [((x'+y')(x+y+z'))']' = [(x'+y')' + (x+y+z')']'$