

الاختبار: الفصل ١، ابي الأول 34/35

س١: R علاقة معرفة: $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$

$$x R y \Leftrightarrow x y > 0$$

(أ) أثبت أن R علاقة تكافؤ.

← انعكاسية: ليكن $x \in \mathbb{Z}^*$, $x \cdot x = x^2 > 0$, $x R x$

← تناظرية: ليكن $x, y \in \mathbb{Z}^*$ حيث $x R y$

فإن $xy > 0$ فإن $yx > 0$ فإن $y R x$

← متعددية: ليكن $x, y, z \in \mathbb{Z}^*$ حيث $x R y$, $y R z$

فإن $xy > 0$, $yz > 0$ فإن $xyz > 0$, نعلم $xy > 0$

فإن $xz > 0$ وبالتالي $x R z$

الخلاصة: R علاقة تكافؤ على \mathbb{Z}^*

$$[1] = \{x : x \in \mathbb{Z}^*, x R 1\}$$

$$= \{x : x \in \mathbb{Z}^*, x \cdot 1 > 0\}$$

$$= \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$[-1] = \{x : x \in \mathbb{Z}^*, x R (-1)\}$$

$$= \{x : x \in \mathbb{Z}^*, x(-1) > 0\}$$

$$= \{x : x \in \mathbb{Z}^*, x < 0\}$$

$$= \{-1, -2, -3, \dots\}$$

(ب)

سٺ لتکن S علامتہ معرفتہ کی $\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$

$\frac{m}{n}$ عد فردی $(\Leftrightarrow) m \leq n$

(ا): S علامتہ ترتیب جزئی کی \mathbb{Z}^+

← انعکاسیہ: لیکن $m \in \mathbb{Z}^+$ ہاں $\frac{m}{m} = 1$ عد فردی

← مخالفیہ: لیکن $m, n \in \mathbb{Z}^+$ ہاں $m \leq n$ ، $n \leq m$.

ہاں $\frac{m}{n}$ عد فردی و $\frac{n}{m}$ عد فردی

اذاً لاز $\frac{m}{n} \neq 1$ و $\frac{m}{n}$ عد فردی ہاں $\frac{n}{m}$ عد غیر صحیح

$\frac{n}{m}$ عد فردی و هذا خطأ ہاں $\frac{m}{n} = 1$ ، بالتالی $m = n$

← متعدیہ: لیکن $m, n, p \in \mathbb{Z}^+$ جیت $m \leq n$ ، $n \leq p$

ہاں $\frac{m}{n}$ عد فردی و $\frac{n}{p}$ عد فردی

ہاں $\frac{m}{n} \cdot \frac{n}{p}$ عد فردی ہاں $\frac{m}{p}$ عد فردی

و بالتالی $m \leq p$

الخلاصہ: S علامتہ ترتیب جزئی کی \mathbb{Z}^+

سټاټسټيک (ب) : هل ډاټا ترتيب کلي آيا؟

له بيا $\frac{3}{2}$ ډډيس فردي (ليس صحيح)

د $\frac{2}{3}$ ډډيس فردي (ليس صحيح)

ياز 2 \$ 3 د 3 \$ 2 ياز 2 د 2 لايقلاز المقارنة

د بالتالي ډاټا ترتيب ليس کلي.

(2) اقتصار ډاټا مجموعه {1, 2, 6}

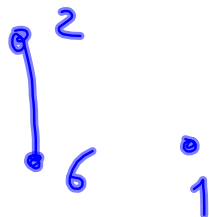
له بيا $\frac{6}{2} = 3$ ډډيس فردي ياز 6 \$ 2

له بيا $\frac{6}{1} = 6$ ډډيس فردي ياز 6 \$ 1

له بيا $\frac{2}{1} = 2$ ډډيس فردي ياز 2 \$ 1

له بيا $\frac{1}{2}$ ډډيس فردي (ليس صحيح) ياز 1 \$ 2

$\frac{1}{6}$ " " " " ياز 1 \$ 6



س 3: $T = \{(1,2), (2,1), (2,3)\}$ علاقة على المجموعة $\{1,2,3\}$

← الاتحاد التناظري:

$$\sigma(T) = T \cup T^{-1} = \{(1,2), (2,1), (2,3), (3,2)\}$$

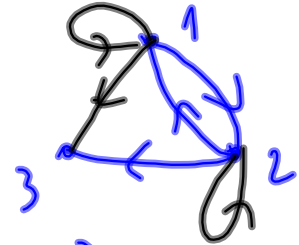
← الاتحاد المتعدي:

$$\rho(T) = T \cup T^2 \cup T^3; \quad |A| = 3$$

$$T^2 = T \circ T = \{(1,1), (1,3), (2,2)\}$$

$$T^3 = T^2 \circ T = \{(1,2), (2,1), (2,3)\}$$

$$\rho(T) = \{(1,2), (2,1), (2,3), (1,1), (1,3), (2,2)\}$$



$$f(x, y, z) = xy' + z$$

4

$$f(x, y, z) = xy' + z = x y' (z + z') + (x + x')(y + y') z$$

$$= \underline{xy'z} + xy'z' + x y z + \underline{xy'z} + x'y z + x'y'z$$

$$\boxed{CSP(f) = xy z + xy'z + xy'z' + x'y z + x'y'z}$$

$$CPS(f)? \leadsto CPS(f) = (CSP(f'))'$$

$$f'(x, y, z) = (xy' + z)' = (x' + y) \cdot z'$$

$$= x'z' + y z'$$

$$= x'(y + y')z' + (x + x')y z'$$

$$= x'y z' + x'y'z' + x y z' + x'y z'$$

$$\boxed{CSP(f') = x'y z' + x'y'z' + x y z'}$$

$$\boxed{CPS(f) = (x + y' + z)(x + y + z)(x' + y' + z)}$$

$$f(x, y, z) = xy' + z$$

طريقة ثانية

x	y	z	y'	xy'	$f(x, y, z) = xy' + z$	المصغرة البولي
1	1	1	0	0	1	xyz
1	1	0	0	0	0	$x'y' + z$
1	0	1	1	1	1	$xy'z$
1	0	0	1	1	1	$xy'z'$
0	1	1	0	0	1	$x'yz$
0	1	0	0	0	0	$x + y' + z$
0	0	1	1	0	1	$x'y'z$
0	0	0	1	0	0	$x + y + z$

$$CSF(f) = xyz + xy'z + xy'z' + x'yz + x'y'z$$

$$PSF(f) = (x' + y' + z)(x + y' + z)(x + y + z)$$

	yz	yz'	$y'z'$	$y'z$
x	0	0	0	1
x'	1	1	0	1

س

$$MSP(g) = x'y + y'z$$

(1)

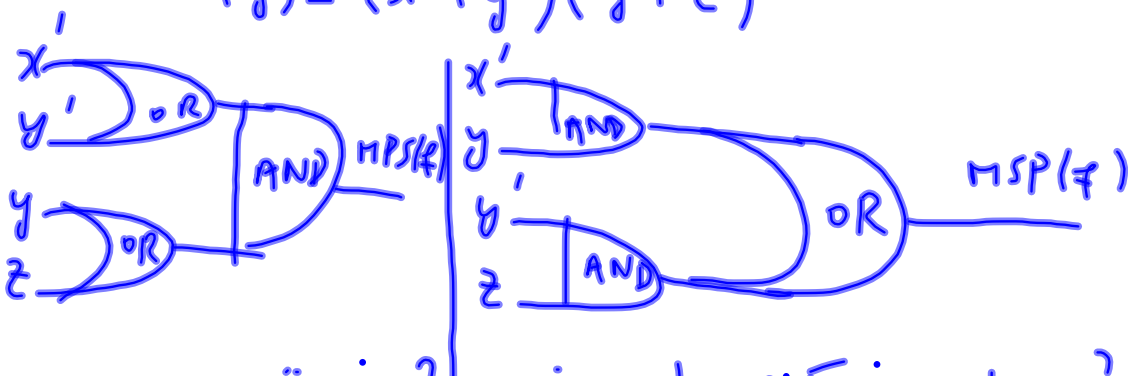
$$MPS(g) = ?$$

(4)

$$MSP(g') = xy + y'z'$$

$$MPS(g) = (x' + y')(y + z)$$

(2)



ایہا ہی شبکه عطف، فعل اصغریتہ.

$$MSP(g) = \left[(x'y + y'z)' \right]' = \left((x'y)' \cdot (y'z)' \right)'$$

(3)

