

| | |
|---------------|--|
| اسم الطالب | |
| الرقم الجامعي | |
| رقم الشعبة | |
| مدرس المقرر | |

(1) (6 درجات)

لتكن f الدالة المعرفة بالشكل الآتي: $f(x, y) = x^2 - 6x + y^2 - 4y$

1. أوجد النقطة الحرجة الوحيدة للدالة f .
2. حدد القيمة العظمى أو الصغرى المحلية للدالة f .
3. جد الدالة g حيث $g(x, y) = f(x, y) - f(3, 2)$.
4. جد قيمة كل من a و b بحيث $g(x, y) = (x - a)^2 + (y - b)^2$.
5. استنتج أن القيمة القصوى المحلية للدالة f هي قيمة قصوى مطلقة.

(2) (6 درجات)

لتكن f الدالة المعرفة بالشكل الآتي: $f(x, y) = x^2 - 6x + y^2 - 4y$
و لتكن R هي المنطقة المحدودة بالمستقيمات $x = 0$ و $y = 0$ و $x + y = 6$

1. ارسم المنطقة R .
2. حدد القيمة العظمى أو الصغرى المحلية للدالة f إن وجدت داخل المنطقة R .
3. حدد القيم القصوى المحلية للدالة f على حدود المنطقة R .
4. دون جميع النقاط الحرجة و القيم التي حصلت عليها في جدول و استنتج القيم القصوى المطلقة للدالة f في المنطقة المغلقة R .

(3) (4 درجات)

احسب التكامل التالي بطريقتين :

$$\iint_R (3x^2 + xy - 4y^3) dA$$

حيث $R = \{(x, y) : -1 \leq x \leq 2 \text{ و } 0 \leq y \leq 2\}$

(4) (4 درجات)

احسب التكامل التالي :

$$\iint_R (xy + 4y) dA$$

حيث R هي المنطقة المستوية المحدودة بالمنحنيين $y = x^2$ و $y = 2x$

الله ولي التوفيق

(1) (7 درجات)

لتكن f الدالة المعرفة بالشكل الآتي: $f(x, y) = x^2 + 4x + y^2 - 8y$

1. أوجد النقطة الحرجة الوحيدة للدالة f .
2. حدد القيمة العظمى أو الصغرى المحلية للدالة f .
3. جد الدالة h حيث $h(x, y) = f(x, y) - f(-2, 4)$
4. جد قيمة كل من a و b بحيث $h(x, y) = (x - a)^2 + (y - b)^2$.
5. استنتج أن القيمة القصوى المحلية للدالة f هي قيمة قصوى مطلقة.

(2) (7 درجات)

لتكن f الدالة المعرفة بالشكل الآتي: $f(x, y) = x^2 + 4x + y^2 - 8y$
و لتكن R هي المنطقة المحدودة بالمستقيمات $x = 0$ و $y = 0$ و $x + y = 8$

1. ارسم المنطقة R .
2. حدد القيمة العظمى أو الصغرى المحلية للدالة f إن وجدت داخل المنطقة R .
3. حدد القيم القصوى المحلية للدالة f على حدود المنطقة R .
4. دَوِّن جميع النقاط الحرجة و القيم التي حصلت عليها في جدول و استنتج القيم القصوى المطلقة للدالة f في المنطقة المغلقة R .

(3) (5 درجات)

احسب التكامل التالي بطريقتين :

$$\iint_R (3x^2 + 2xy - 4) dA$$

حيث $R = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1 \text{ و } 0 \leq y \leq 2\}$

(4) (6 درجات)

احسب التكامل التالي :

$$\iint_R (2xy + 3y^2) dA$$

حيث R هي المنطقة المستوية المحدودة بالمنحنيين $y = x^2$ و $y = 2x$

الله ولي التوفيق

(1) (7 درجات)

لتكن f الدالة المعرفة بالشكل الآتي: $f(x, y) = x^2 - 6x + y^2 + 4y + 4$

1. أوجد النقطة الحرجة الوحيدة للدالة f .
2. حدد القيمة العظمى أو الصغرى المحلية للدالة f .
3. جد الدالة h حيث $h(x, y) = f(x, y) - f(3, -2)$
4. جد قيمة كل من a و b بحيث $h(x, y) = (x - a)^2 + (y - b)^2$.
5. استنتج أن القيمة القصوى المحلية للدالة f هي قيمة قصوى مطلقة.

(2) (7 درجات)

لتكن f الدالة المعرفة بالشكل الآتي: $f(x, y) = x^2 - 6x + y^2 + 4y + 4$
ولتكن R هي المنطقة المحدودة بالمستقيمات $x = 0$ و $y = 0$ و $x - y = 6$

1. ارسم المنطقة R .
2. حدد القيمة العظمى أو الصغرى المحلية للدالة f إن وجدت داخل المنطقة R .
3. حدد القيم القصوى المحلية للدالة f على حدود المنطقة R .
4. دَوِّن جميع النقاط الحرجة و القيم التي حصلت عليها في جدول و استنتج القيم القصوى المطلقة للدالة f في المنطقة المغلقة R .

(3) (5 درجات)

احسب التكامل التالي بطريقتين :

$$\iint_R (4x^3 + 3y^2 + 3) dA$$

حيث $R = \{(x, y) : -1 \leq x \leq 1 \text{ و } 1 \leq y \leq 2\}$

(4) (6 درجات)

احسب التكامل التالي :

$$\iint_R (2xe^y + 3y^2) dA$$

حيث R هي المنطقة المستوية المحدودة بالمنحنيين $y = 3x$ و $y = x^2$

الله ولي التوفيق

(1) (7 درجات)

- لتكن f الدالة المعرفة بالشكل الآتي: $f(x, y) = x^2 - 4x + y^2 - 6y$
و لتكن R هي المنطقة المحدودة بالمستقيمات $x = 0$ و $y = 0$ و $x + y = 6$
1. ارسم المنطقة R .
 2. حدد القيمة العظمى أو الصغرى المحلية للدالة f إن وجدت داخل المنطقة R .
 3. حدد القيم القصوى المحلية للدالة f على حدود المنطقة R .
 4. دَوِّن جميع النقاط الحرجة و القيم التي حصلت عليها في جدول و استنتج القيم القصوى المطلقة للدالة f في المنطقة المغلقة R .

(2) (8 درجات)

لتكن f الدالة المعرفة بالشكل الآتي: $f(x, y) = x^4 + 2y^2 + 2x^2y - 2x^2 - 2y$

1. اثبت أن النقاط الحرجة للدالة f هي $(0, \frac{1}{2})$, $(1, 0)$, $(-1, 0)$.
2. حدد القيم العظمى أو الصغرى المحلية للدالة f إن وجدت.
3. جد الدالة h حيث $h(x, y) = f(x, y) - f(1, 0)$
4. اثبت أن $h(x, y) = (x^2 - 1 + y)^2 + y^2$.
5. استنتج أن كل قيمة قصوى محلية للدالة f هي قيمة قصوى مطلقة.
6. هل توجد قيمة عظمى مطلقة للدالة f ؟

(3) (5 درجات)

احسب التكامل التالي بطريقتين :

$$\iint_R (6x^2 y - 4) dA$$

$$R = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 2 \text{ و } 0 \leq y \leq 1\}$$

(4) (5 درجات)

احسب التكامل التالي :

$$\iint_R (2xy + 3x^2) dA$$

حيث R هي المنطقة المستوية المحدودة بالمنحنيين $y = 3x$ و $y = x^2$

الله ولي التوفيق

السؤال الأول (13 درجة)

1. لتكن f الدالة المعرفة بالشكل التالي: $f(x, y) = 3x^2y - 3y + y^3$
- أ- أثبت أن النقاط الحرجة للدالة f هي $(-1, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$ و $(0, -1)$.
- ب- جد القيم العظمى و الصغرى المحلية و السرجية للدالة f إن وجدت.
- ج- أثبت أن القيم القصوى المحلية للدالة f هي قيم قصوى ليست مطلقة.
2. لتكن f الدالة المعرفة بالشكل الآتي: $f(x, y) = x^2 + 4x + y^2 + 6y$
- و لتكن R هي المنطقة المحدودة بالمستقيمات $x = 0$ و $y = 0$ و $x + y = 6$
- أ- ارسم المنطقة R .
- ب- حدد القيم القصوى المحلية للدالة f إن وجدت داخل المنطقة R .
- ج- حدد القيم القصوى المحلية للدالة f على حدود المنطقة R .
- د- دوّن جميع النقاط الحرجة و القيم التي حصلت عليها في جدول و استنتج القيم القصوى المطلقة للدالة f في المنطقة المغلقة R .

السؤال الثاني (12 درجة)

1. احسب التكامل التالي بطريقتين :
- $$\iint_R (6x^2y - 4xy) dA$$
- حيث $R = \{(x, y): 0 \leq x \leq 2 \text{ و } 0 \leq y \leq 2\}$
2. استعمل الإحداثيات القطبية واحسب التكامل التالي:
- $$\iint_R (x^2 + y^2 + 1) dA$$
- حيث R هي المنطقة المستوية المحدودة: $R = \{(x, y): x \geq 0 \text{ و } x^2 + y^2 \leq 1\}$

السؤال الأول (8 درجات)

- لتكن f الدالة المعرفة بالشكل الآتي: $f(x, y) = x^2 - 4x + y^2 + 6y$
و لتكن R هي المنطقة المحدودة بالمستقيمات $x = 0$ و $y = 0$ و $x + y = 4$
أ- ارسم المنطقة R .
ب- حدد القيم القصوى المحلية للدالة f إن وجدت داخل المنطقة R .
ج- حدد القيم القصوى المحلية للدالة f على حدود المنطقة R .
د- دَوِّن جميع النقاط الحرجة و القيم التي حصلت عليها في جدول و استنتج القيم القصوى المطلقة للدالة f في المنطقة المغلقة R .

السؤال الثاني (9 درجات)

لتكن f الدالة المعرفة بالشكل الآتي: $f(x, y) = x^4 + 2y^2 + 2x^2y - 2x^2 - 2y$

1. أثبت أن النقاط الحرجة للدالة f هي $(0, \frac{1}{2})$, $(1, 0)$, $(-1, 0)$
2. أثبت أن كل من $f(1, 0)$ و $f(-1, 0)$ هي قيمة صغرى محلية للدالة f .
3. جد الدالة h حيث $h(x, y) = f(x, y) - f(1, 0)$
4. أثبت أن $h(x, y) = (x^2 - 1 + y)^2 + y^2$.
5. استنتج أن كل من $f(1, 0)$ و $f(-1, 0)$ هي قيمة صغرى مطلقة للدالة f .
6. هل توجد قيمة عظمى مطلقة للدالة f ؟

السؤال الثالث (8 درجات)

1. احسب التكامل التالي :

$$\iint_R (2 + 4xy - 6xy^2) dA$$

حيث $R = \{(x, y): 0 \leq x \leq 1 \text{ و } 0 \leq y \leq 2\}$

2. استعمل الإحداثيات القطبية واحسب التكامل التالي:

$$\iint_R \frac{1}{x^2 + y^2 + 1} dA$$

حيث R هي المنطقة المستوية المحدودة: $R = \{(x, y): y \geq 0 \text{ و } x^2 + y^2 \leq 4\}$

السؤال الأول (13 درجة)

1. لتكن f الدالة المعرفة بالشكل التالي: $f(x, y) = 3x^2y - 3y + y^3$.
أ- أثبت أن النقاط الحرجة للدالة f هي $(-1, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$ و $(0, -1)$.
ب- جد القيم العظمى و الصغرى المحلية والنقاط السرجية للدالة f إن وجدت.
ج- أثبت أن القيم القصوى المحلية للدالة f هي قيم قصوى ليست مطلقة.
2. لتكن f الدالة المعرفة بالشكل الآتي: $f(x, y) = x^2 - 8x + y^2 + 2y + 4$
و لتكن R هي المنطقة المحدودة بالمستقيمات $x = 0$ و $y = 0$ و $x - y = 6$
أ- ارسم المنطقة R .
ب- جد القيم العظمى والصغرى المحلية للدالة f إن وجدت داخل المنطقة R .
ت- جد القيم القصوى المحلية للدالة f على حدود المنطقة R .
ث- دَوِّن جميع النقاط الحرجة و القيم التي حصلت عليها في جدول و استنتج القيم القصوى المطلقة للدالة f في المنطقة المغلقة R .

السؤال الثاني (12 درجة)

1. احسب التكامل التالي بطريقتين :
$$\iint_R (8x^3 - 6y^2 + 3) dA$$

حيث $R = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1 \text{ و } 1 \leq y \leq 2\}$
2. احسب التكامل التالي :
$$\iint_R (4xy + 3y^2) dA$$

حيث R هي المنطقة المستوية المحدودة بالمنحنيين $y = x^2$ و $y = 2x$

الله ولي التوفيق

السؤال الأول (7 درجات)

لتكن f الدالة المعرفة بالشكل الآتي: $f(x, y) = x^2 - 6x + y^2 + 6y$

1. أوجد النقطة الحرجة الوحيدة للدالة f .
2. حدد القيمة العظمى أو الصغرى المحلية للدالة f .
3. جد الدالة h حيث $h(x, y) = f(x, y) - f(3, -3)$.
4. جد قيمة كل من a و b بحيث $h(x, y) = (x - a)^2 + (y - b)^2$.
5. استنتج أن القيمة القصوى المحلية للدالة f هي قيمة قصوى مطلقة.

السؤال الثاني (8 درجات)

أوجد القيم القصوى للدالة $f(x, y) = xy$ إذا كانت (x, y) مقيدة بالمنحنى $g(x, y) = 4x^2 + y^2 - 4 = 0$

السؤال الثالث (10 درجات)

1. احسب التكامل التالي:

$$\iint_R (4xy + 3y^2) dA$$

حيث R هي المنطقة المستوية المحدودة بالمنحنيين $y = 2x$ و $y = x^2$

2. استعمل الإحداثيات القطبية واحسب التكامل التالي:

$$\iint_R \frac{1}{x^2 + y^2 + 2} dA$$

حيث R هي المنطقة المستوية المحدودة: $R = \{(x, y): x \geq 0 \text{ و } x^2 + y^2 \leq 4\}$