جامعة الملك سعود
كلية العلوم- قسم الرياضيات

الاختبار الفصلي الأول
في المقرر 207 ريض

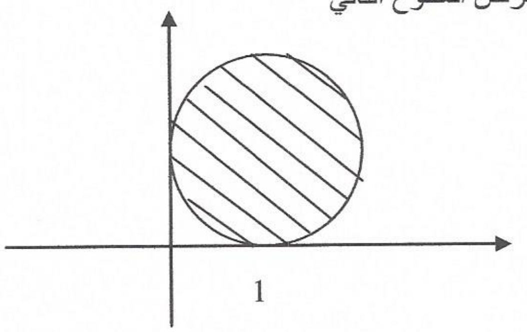
الفصل الثاني 1433/1432هـ
الزمن: ساعة ونصف

أسم الطالب	
الرقم الجامعي	
رقم الشعبة	
مدرس المقرر	

رقم السؤال	1	2	3	4
رمز الجواب				

الجزء الأول: اختر الإجابة الصحيحة. (1,5 درجة لكل سؤال)

(1) القرص المفتوح التالي



هو نطاق (أو مجال) للدالة f في متغيرين x و y حيث :

(أ) $f(x,y)=\sqrt{1-(x-1)^2-(y-1)^2}$

(ب) $f(x,y)=\ln\left(1-(x-1)^2-(y-1)^2\right)$

(ج) $f(x,y)=\frac{1}{\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2-1}}$

(د) $f(x,y)=1-(x-1)^2-(y-1)^2$

(2) نهاية الدالة $f(x,y)=\frac{xy}{x^{2+}y^2}$ عندما (x,y) تقترب من $(0,0)$ هي،

(أ) 0 (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) ∞ (د) غير موجودة

(3) نهاية الدالة $f(x,y)=\frac{xy}{x^{2+}y^2}$ عندما (x,y) تقترب من $(0,0)$ حسب المسار $y=x$ هي،

(أ) 0 (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) ∞ (د) غير موجودة

(4) مجال الدالة

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^2y}{x^2+y^2} & ;\ (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & ;\ (x,y)=(0,0)\end{cases}$$ هو:

(أ) $\mathbb{R}^2$ (ب) $\mathbb{R}^2-\{(0,0)\}$ (ج) $\mathbb{R}$ (د) $\mathbb{R}-\{0\}$

الجزء الثاني: أجب عن الأسئلة التالية.

(1) (8 درجات)

لتكن الدالة f في متغيرين x و y معرفة بالشكل الاتي:

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^2y}{x^2+y^2} & ;\ (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & ;\ (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

(1) ما هو نطاق الدالة f ؟
(2) برهن أن $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)=0$.
(3) استنتج أن الدالة f متصلة عند كل نقطة من نطاقها.
(4) ابحث عن المشتقات الجزئية الاولي للدالة f عند النقطة $(0,0)$.
(5) ابحث عن كل من المشتقات الجزئية الاولي f_x و f_y عند كل نقطة من نطاقها.
(6) ابحث، ان وجدت، عن المشتقات الجزئية الثانية للدالة f عند النقطة $(0,0)$.
(7) هل ان كلتا الدالتين $\frac{\partial^2 f}{\partial x\,\partial y}$ و $\frac{\partial^2 f}{\partial y\,\partial x}$ متصلة عند النقطة $(0,0)$ أم ان احداهما على الاقل غير متصلة عند النقطة $(0,0)$. مع اثبات النتيجة.

(2) (6 درجات)

(أ) اذا كانت $w=f(x,y)=\ln\sqrt{x^2+y^2}$ ، وكانت $x=re^s$ و $y=re^{-s}$. احسب بطرقتين كلا من $\frac{\partial w}{\partial r}$ و $\frac{\partial w}{\partial s}$.

(ب) لنفرض ان f دالة في متغيرين x و y و ان مشتقاتها الجزئية من الرتبة الثانية متصلة. اذا كانت $w=f(x,y)$ و كانت $x=u+v$ و $y=u-v$ فبرهن ان

$$\frac{\partial^2 w}{\partial u\,\partial v}=\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

الله ولي التوفيق

جامعة الملك سعود　　　　الاختبار الفصلي الأول　　　　الفصل الأول 1434/1433هـ

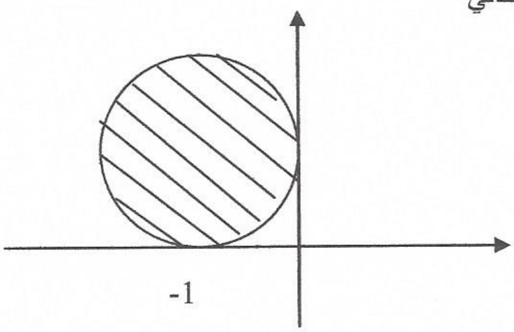
كلية العلوم- قسم الرياضيات　　　　في المقرر 207 ريض　　　　الزمن: ساعة ونصف

أسم الطالب	
الرقم الجامعي	
رقم الشعبة	
مدرس المقرر	

رقم السؤال	1	2	3	4
رمز الجواب				

الجزء الأول: اختر الإجابة الصحيحة. (درجتان لكل سؤال)

(1) القرص المغلق التالي



هو نطاق (أو مجال) للدالة f في متغيرين x و y حيث :

(أ) $f(x,y) = \sqrt{1-(x+1)^2-(y-1)^2}$

(ب) $f(x,y) = \ln\left(1-(x+1)^2-(y-1)^2\right)$

(ج) $f(x,y) = \frac{1}{\sqrt{(x+1)^2+(y-1)^2-1}}$

(د) $f(x,y) = 1-(x+1)^2-(y-1)^2$

(2) نهاية الدالة $f(x,y) = \frac{x^2y}{x^2+y^2}$ عندما (x,y) تقترب من $(0,0)$ هي،

(أ) 0　　(ب) $\frac{1}{2}$　　(ج) ∞　　(د) غير موجودة

(3) الدالة $f(x,y) = \frac{xy}{x^2+y^2}$ هي دالة متجانسة من الدرجة

(أ) 0　　(ب) $\frac{1}{2}$　　(ج) 1　　(د) 2

(4) مجال الدالة
$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{x+y}{x^2+y^2} & ;\quad (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & ;(x,y)=(0,0)\end{cases}$$
هو:

(أ) $\mathbb{R}^2$ (ب) $\mathbb{R}^2-\{(0,0)\}$ (ج) $\mathbb{R}$ (د) $\mathbb{R}-\{0\}$

الجزء الثاني: أجب عن الأسئلة التالية.

(1) (11 درجات)

لتكن الدالة f في متغيرين x و y معرفة بالشكل الاتي:
$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^3}{x^2+y^2} & ;\quad (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & ;(x,y)=(0,0)\end{cases}$$

(1) ما هو نطاق الدالة f ؟
(2) برهن أن $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)=0$.
(3) استنتج أن الدالة f متصلة عند كل نقطة من نطاقها.
(4) ابحث عن المشتقات الجزئية الاولى للدالة f عند النقطة $(0,0)$.
(5) ابحث عن كل من المشتقات الجزئية الاولى f_x و f_y عند كل نقطة من نطاقها.
(6) ابحث، ان وجدت، عن المشتقات الجزئية الثانية للدالة f عند النقطة $(0,0)$.

(2) (6 درجات)

(أ) اذا كانت $w=f(x,y)=\ln\sqrt{x^2+y^2}$ ، وكانت $x=re^s$ و $y=re^{-s}$.
احسب بطرقتين كلا من $\frac{\partial w}{\partial r}$ و $\frac{\partial w}{\partial s}$.

(ب) لتكن f دالة في متغيرين x و y معرفة على المجموعة D و ان مشتقاتها الجزئية الأولية متصلة و ان الدالة f متجانسة من الدرجة k.

برهن ان $xf_x(x,y)+yf_y(x,y)=kf(x,y)$ لكل نقطة في D .

الله ولي التوفيق

جامعة الملك سعود	**الاختبار الفصلي الأول**	**الفصل الثاني 1434/1433هـ**
كلية العلوم- قسم الرياضيات	**في المقرر 207 ريض**	**الزمن: ساعة ونصف**

الجزء الأول: اختر الإجابة الصحيحة. (درجتان لكل سؤال)

(1) نطاق (أو مجال) للدالة f في متغيرين x و y حيث :

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{xy}{x^2+y^2} & ;\ (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & ;\ (x,y)=(0,0)\end{cases}$$ هو:

(أ) $\mathbb{R}^2$ (ب) $\mathbb{R}^2-\{(0,0)\}$ (ج) $\mathbb{R}$ (د) $\mathbb{R}-\{0\}$

(2) مجال الدالة $f(x,y)=\frac{1}{\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2-1}}$ هو:

(أ) $\mathbb{R}^2$ (ب) قرص مفتوح (ج) قرص مغلق (د) خارج قرص

(3) نهاية الدالة $f(x,y)=\frac{xy+x^3}{x^2+y^2}$ عندما (x,y) تقترب من $(0,0)$ هي,

(أ) 0 (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) ∞ (د) غير موجودة

(4) نهاية الدالة $f(x,y)=\frac{xy+x^3}{x^2+y^2}$ عندما (x,y) تقترب من $(0,0)$ حسب المسار $y=x$ هي,

(أ) 0 (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) ∞ (د) غير موجودة

الجزء الثاني: أجب عن الأسئلة التالية.

(1) (5 درجات)

لتكن الدالة f في متغيرين x و y معرفة بالشكل الاتي:

$$f(x,y)=e^x+x^3+4xy^5+\ln(x^2+y^2)$$

(أ) ما هو نطاق الدالة f ؟

(ب) ابحث عن كل من المشتقات الجزئية الاولي f_x و f_y عند كل نقطة من نطاقها.

(ت) ابحث عن كل من المشتقات الجزئية الثانية f_{xx} و f_{xy} و f_{yx} و f_{yy} عند كل نقطة من نطاقها.

(2) (5 درجات)

لتكن الدالة f في متغيرين x و y معرفة بالشكل الاتي:

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^2\,y}{x^2+y^2} & ;\quad (x,y)\neq(0,0)\\[2ex] 0 & ;\ (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

(1) ما هو نطاق الدالة f ؟

(2) برهن أن $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)=0$.

(3) استنتج أن الدالة f متصلة عند كل نقطة من نطاقها.

(4) ابحث عن المشتقات الجزئية الاولي للدالة f عند النقطة $(0,0)$.

(3) (7 درجات)

(أ) اذا كانت f دالة في متغيرين x و y :

$$,\ w=f(x,y)=\ln(x^2+y^2+1)$$

وكانت $x=r\cos\theta$ و $y=r\sin\theta$. احسب بطرقتين كلا من $\frac{\partial w}{\partial r}$ و $\frac{\partial w}{\partial \theta}$.

(ب) لنفرض ان f دالة في متغيرين x و y و ان مشتقاتها الجزئية من الرتبة الثانية متصلة. اذا كانت $w=f(x,y)$ و كانت $x=3u+2v$ و $y=6u-4v$ فبرهن ان

$$\frac{\partial^2 w}{\partial u\,\partial v}=6\,\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}-\ 24\,\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

الله ولي التوفيق

جامعة الملك سعود
كلية العلوم- قسم الرياضيات

الاختبار الفصلي الأول
في المقرر 207 ريض

الفصل الأول 1435/1434هـ
الزمن: ساعة ونصف

الجزء الأول: اختر الإجابة الصحيحة. (درجتان لكل سؤال)

(1) نطاق (أو مجال) الدالة f في متغيرين x و y حيث :

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x\,y}{x^2+y^2} & ; \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & ; (x,y) = (0,0) \end{cases}$$ هو:

(أ) $\mathbb{R}^2$ (ب) $\mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$ (ج) $\mathbb{R}$ (د) $\mathbb{R} - \{0\}$

(2) مجال الدالة $f(x,y) = \ln(1 - x^2 - y^2)$ هو:

(أ) $\mathbb{R}^2$ (ب) قرص مفتوح (ج) قرص مغلق (د) خارج قرص

(3) نهاية الدالة $f(x,y) = \frac{2xy + x^4}{x^2 + y^2}$ عندما (x,y) تقترب من $(0,0)$ هي،

(أ) 0 (ب) 1 (ج) ∞ (د) غير موجودة

(4) نهاية الدالة $f(x,y) = \frac{2xy + x^4}{x^2 + y^2}$ عندما (x,y) تقترب من $(0,0)$ حسب المسار $y = x$ هي،

(أ) 0 (ب) 1 (ج) ∞ (د) غير موجودة

الجزء الثاني: أجب عن الأسئلة التالية.

(1) (5 درجات)

لتكن الدالة f في متغيرين x و y معرفة بالشكل الآتي:

$$f(x,y) = e^{xy} + 4xy^4 + \ln(x^2 + y^2 + 1)$$ ،

(أ) ما هو نطاق الدالة f ؟

(ب) ابحث عن كل من المشتقتين الجزئيتين f_x و f_y عند كل نقطة من نطاقها.

(ت) ابحث عن كل من المشتقات الجزئية الثانية f_{xx} و f_{xy} و f_{yx} و f_{yy} عند كل نقطة من نطاقها.

(2) (5 درجات)

لتكن الدالة f في متغيرين x و y المعرفة بالشكل الآتي:

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy^2}{x^2+y^2} & ; \quad (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & ; (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

(1) ما هو نطاق الدالة f ؟

(2) برهن أن $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)=0$.

(3) استنتج أن الدالة f متصلة عند كل نقطة من نطاقها.

(4) ابحث عن كل من المشتقتين الجزئيتين f_{x} و f_{y} للدالة f عند النقطة $(0,0)$.

(3) (7 درجات)

(أ) لتكن $w=f(x,y)$ حيث f هي الدالة في المتغيرين x و y المعرفة بالشكل الآتي:

$f(x,y)=\ln(x^2+y^2+1)$،

احسب بطرقتين كلا من $\frac{\partial w}{\partial r}$ و $\frac{\partial w}{\partial \theta}$. حيث

$x=r\cos\theta$ و $y=r\sin\theta$.

(ب) لنفرض أن f دالة في متغيرين x و y و أن جميع مشتقاتها الجزئية من الرتبة الثانية متصلة.

إذا كانت $w=f(x,y)$ و كانت $x=u+2v$ و $y=3u-6v$

فبرهن أن

$$\frac{\partial^2 w}{\partial u\,\partial v}=2\,\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}-18\,\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

جامعة الملك سعود　　　الاختبار الفصلي الأول　　　الفصل الثاني 1435/1434هـ
كلية العلوم- قسم الرياضيات　　　في المقرر 207 ريض　　　الزمن: ساعة ونصف

الجزء الأول: اختر الإجابة الصحيحة. (درجتان لكل سؤال)

(1) مجال الدالة $f(x,y) = \ln(1 + \mathrm{x}^2 + \mathrm{y}^2)$ هو:

(أ) $\mathbb{R}^2$　　(ب) قرص مفتوح　　(ج) قرص مغلق　　(د) خارج قرص

(2) مجال الدالة $f(x,y) = \frac{2xy + y^4}{x^2 + y^2}$ هو:

(أ) $\mathbb{R}^2$　　(ب) $\mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$　　(ج) $\mathbb{R}$　　(د) $\mathbb{R} - \{0\}$

(3) نهاية الدالة $f(x,y) = \frac{2xy + y^4}{x^2 + y^2}$ عندما (x,y) تقترب من $(0,0)$ حسب المسار $y = x$ هي،

(أ) 0　　(ب) 1　　(ج) ∞　　(د) غير موجودة

(4) نهاية الدالة $f(x,y) = \frac{2xy + y^4}{x^2 + y^2}$ عندما (x,y) تقترب من $(0,0)$ هي،

(أ) 0　　(ب) 1　　(ج) ∞　　(د) غير موجودة

الجزء الثاني: أجب عن الأسئلة التالية.

(1) (4 درجات)

لتكن الدالة f في متغيرين x و y معرفة بالشكل الآتي:

$$f(x,y) = \mathrm{e}^{\mathrm{x}^2} + \mathrm{x}^2\mathrm{y}^2 + \ln(\mathrm{x}^2 + \mathrm{y}^2 - 1)،$$

(أ) ما هو مجال الدالة f ؟

(ب) ابحث عن كل من المشتقتين الجزئيتين f_x و f_y عند كل نقطة من مجالها.

(ت) ابحث عن كل المشتقات الجزئية الثانية f_{xx} و f_{xy} و $f_{\mathrm{y}x}$ و f_{yy} عند كل نقطة من مجالها.

(2) (9 درجات)

لتكن الدالة f في متغيرين x و y المعرفة بالشكل الآتي:

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{y^3}{x^2+y^2} & ; \quad (x,y)\neq(0,0)\\[2ex] 0 & ; (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

(1) ما هو مجال الدالة f ؟

(2) برهن أن $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)=0$.

(3) استنتج أن الدالة f متصلة عند كل نقطة من مجالها.

(4) ابحث عن المشتقات الجزئية الاولي للدالة f عند النقطة $(0,0)$.

(5) ابحث عن كل المشتقات الجزئية الاولي f_x و f_y عند كل نقطة من مجالها.

(6) ابحث، إن وجدت، عن $\frac{\partial^2 f}{\partial x\,\partial y}$ و $\frac{\partial^2 f}{\partial y\,\partial x}$ مشتقات جزئية ثانية للدالة f عند النقطة $(0,0)$.

(7) هل أن كلتا الدالتين $\frac{\partial^2 f}{\partial x\,\partial y}$ و $\frac{\partial^2 f}{\partial y\,\partial x}$ متصلة عند النقطة $(0,0)$. مع اثبات النتيجة.

(3) (4 درجات)

لنفرض أن f دالة في متغيرين x و y و أن جميع مشتقاتها الجزئية من الرتبة الثانية متصلة.

إذا كانت $w=f(x,y)$ و كانت $x=u+2v$ و $y=3u-6v$

فبرهن أن

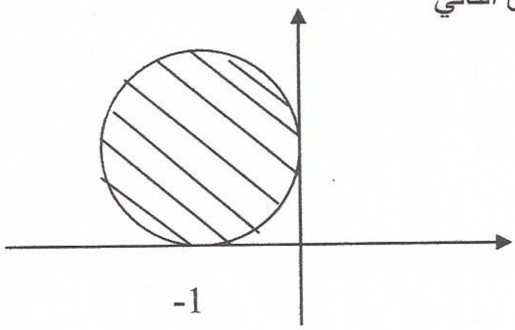
$$\frac{\partial^2 w}{\partial u\,\partial v}=2\,\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}-18\,\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

جامعة الملك سعود — الإختبار الفصلي الأول — الفصل الأول 1436/1435هـ

كلية العلوم- قسم الرياضيات — في المقرر 207 ريض — الزمن: ساعة ونصف

الجزء الأول: اختر الإجابة الصحيحة. (درجتان لكل سؤال)

(1) القرص المغلق التالي



هو نطاق (أو مجال) للدالة f في متغيرين x و y حيث :

(أ) $f(x,y)=\frac{1}{\sqrt{(x+1)^2+(y-1)^2-1}}$

(ب) $f(x,y)=\ln(1-(x+1)^2-(y-1)^2)$

(ج) $f(x,y)=1-(x+1)^2-(y-1)^2$

(د) $f(x,y)=\sqrt{1-(x+1)^2-(y-1)^2}$

(2) نهاية الدالة $f(x,y)=\frac{xy+y^4}{x^2+y^2}$ عندما (x,y) تقترب من $(0,0)$ هي,

(أ) 0 (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) ∞ (د) غير موجودة

(3) الدالة $f(x,y)=\frac{xy^2}{\sqrt{x^2+y^2}}$ هي دالة متجانسة من الدرجة

(أ) 0 (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) 1 (د) 2

(4) مجال الدالة

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{2x+y}{x^2+y^2} & ;\quad (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & ;\ (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

هو:

(أ) $\mathbb{R}$ (ب) $\mathbb{R}^2-\{(0,0)\}$ (ج) $\mathbb{R}^2$ (د) $\mathbb{R}-\{0\}$

الجزء الثاني: أجب عن الأسئلة التالية.

السؤال الأول (9 درجات)

لتكن الدالة f في متغيرين x و y معرفة بالشكل الاتي:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & ; \ (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & ; (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

(1) ما هو نطاق الدالة f ؟
(2) برهن أن $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = 0$.
(3) استنتج أن الدالة f متصلة عند كل نقطة من نطاقها.
(4) ابحث عن المشتقات الجزئية الأولى للدالة f عند النقطة $(0,0)$.
(5) ابحث عن كل من المشتقات الجزئية الأولى f_x و f_y عند كل نقطة من نطاقها.
(6) ابحث, إن وجدت, عن المشتقات الجزئية الثانية f_{yx} و f_{xy} للدالة f عند النقطة $(0,0)$. ثم استنتج.

السؤال الثاني (8 درجات) (اختر سؤالين للاجابة من ثلاث)

1. إذا كانت f دالة في متغيرين x و y :
$, \ w = f(x,y) = ln(x^2+y^2+1)$
وكانت $x = r\cos\theta$ و $y = r\sin\theta$. احسب بطرقتين كلا من $\frac{\partial w}{\partial r}$ و $\frac{\partial w}{\partial \theta}$

2. لنفرض أن f دالة في متغيرين x و y و أن مشتقاتها الجزئية من الرتبة الثانية متصلة. إذا كانت $w = f(x,y)$ و كانت $x = 3u + 2v$ و $y = 6u - 4v$ فبرهن أن

$$\frac{\partial^2 w}{\partial u \partial v} = 6\ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \ 24\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

3. لتكن f دالة في متغيرين x و y معرفة على المجموعة D و أن مشتقاتها الجزئية الأولية متصلة و أن الدالة f متجانسة من الدرجة k.

برهن أن $xf_x(x,y) \ + yf_y(x,y) = kf(x,y)$ لكل نقطة في D .

جامعة الملك سعود	الإختبار الفصلي الأول	الفصل الثاني 1436/1435هـ
كلية العلوم- قسم الرياضيات	في المقرر 207 ريض	الزمن: ساعة ونصف

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة. (درجتان لكل إجابة صحيحة)

(1) نطاق (أو مجال) الدالة f في متغيرين x و y حيث :

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{xy}{x^2+y^2} & ;\quad (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & ;\ (x,y)=(0,0)\end{cases}$$ هو:

(أ) $\mathbb{R}^2$ (ب) $\mathbb{R}^2-\{(0,0)\}$ (ج) $\mathbb{R}$ (د) $\mathbb{R}-\{0\}$

(2) مجال الدالة $f(x,y)=\ln(x^2+y^2-1)$ هو:

(أ) $\mathbb{R}^2$ (ب) قرص مفتوح (ج) قرص مغلق (د) خارج قرص

(3) نهاية الدالة $f(x,y)=\frac{2xy+x^4}{x^2+y^2}$ عندما (x,y) تقترب من $(0,0)$ حسب المسار $y=x$ هي,

(أ) ∞ (ب) 0 (ج) 1 (د) غير موجودة

(4) الدالة $f(x,y)=\frac{xy^2}{\sqrt{x^2+y^2}}$ هي دالة متجانسة من الدرجة

(ب) 1 (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) 2 (د) 0

السؤال الثاني (9 درجات)

لتكن الدالة f في متغيرين x و y معرفة بالشكل الاتي:

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{y^3}{x^2+y^2} & ;\quad (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & ;\ (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

(1) ما هو نطاق الدالة f ؟

(2) برهن أن $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)=0$.

(3) استنتج أن الدالة f متصلة عند كل نقطة من نطاقها.

(4) إبحث عن المشتقات الجزئية الأولى للدالة f عند النقطة $(0,0)$.

(5) إبحث عن كل من المشتقات الجزئية الأولى f_x و f_y عند كل نقطة من نطاقها.

(6) إبحث, إن وجدت, عن المشتقات الجزئية الثانية f_{yx} و f_{xy} للدالة f عند النقطة $(0,0)$. ثم استنتج.

السؤال الثالث (8 درجات) (اختر سؤالين للاجابة من ثلاث)

1. هل توجد f دالة في متغيرين x و y مشتقاتها الجزئية من الرتبة الثانية متصلة عند كل نقطة من نطاقها حيث
$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x + 5y \quad \text{و} \quad \frac{\partial f}{\partial y} = x + 3y$$

2. إذا كانت $u = f(x\,,y)$ دالة في المتغيرين x و y و أن مشتقاتها الجزئية من الرتبة الأولى متصلة عند كل نقطة من نطاقها $(x\,,y)$ و كانت
$(\, x = rcos\theta \quad \text{و} \quad y = rsin\theta \,)$.

(أ) برهن على أن
$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial r} cos\theta - \frac{\partial u}{\partial \theta}\frac{sin\theta}{r} \quad \text{و} \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial r} sin\theta + \frac{\partial u}{\partial \theta}\frac{cos\theta}{r}$$

(ب) برهن على أن $(\frac{\partial u}{\partial x})^2 + (\frac{\partial u}{\partial y})^2 = (\frac{\partial u}{\partial r})^2 + \frac{1}{r^2}(\frac{\partial u}{\partial \theta})^2$

3. لنفرض أن f دالة في متغيرين x و y و أن مشتقاتها الجزئية من الرتبة الثانية متصلة. إذا كانت $w = f(x,y)$ و كانت $x = 3u + 2v$ و $y = 6u - 4v$ فبرهن أن

$$\frac{\partial^2 w}{\partial u \partial v} = 6\, \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 24\, \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

جامعة الملك سعود — الاختبار الفصلي الأول — الفصل الأول 1437/1436هـ

كلية العلوم- قسم الرياضيات — في المقرر 207 ريض — الزمن: ساعة ونصف

السؤال الأول: (9 درجات).

(1) ماهو مجال الدالة f إذا كان:

(أ) $f(x,y) = \sqrt{x+3y-4}$

(ب) $f(x,y) = ln[1-(x+1)^2-(y+1)^2]$

(2) (أ) ما هي نهاية الدالة $f(x,y) = \frac{xy^2}{x^2+y^2}$ عندما (x,y) تقترب من $(0,0)$.

(ب) ما هي نهاية الدالة $f(x,y) = \frac{xy^2}{x^4+y^4}$ حسب المسار $y = x$ عندما (x,y) تقترب من $(0,0)$.

(3) أثبت أن الدالة $f(x,y) = \frac{x^2y^2}{x^2+y^2}$ هي دالة متجانسة وجد درجتها.

السؤال الثاني: (9 درجات).

لتكن الدالة f في متغيرين x و y معرفة بالشكل الاتي:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^4+y^4} & ; \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & ; (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

(1) ما هو نطاق الدالة f ؟

(2) هل أن الدالة f متصلة عند كل نقطة من نطاقها.

(3) ابحث عن المشتقات الجزئية الأولى f_x و f_y للدالة f عند النقطة $(0,0)$.

(4) ابحث عن كل من المشتقات الجزئية الأولى f_x و f_y عند كل نقطة من نطاقها.

(5) جد كلتا الدالتين $\frac{\partial^2 f}{\partial x\, \partial y}$ و $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ عند النقطة $(0,0)$ إن وجدت.

السؤال الثالث: (7 درجات).

لتكن $w = f(x,y)$ دالة في متغيرين معرفة على المجموعة D و أن مشتقاتها الجزئية من الرتبة الثانية متصلة على D.

إذا كانت $y = u - v,\ x = 2u + v$ برهن على أن:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial v^2} = 5\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 w}{\partial x\, \partial y} + 2\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

الله ولي التوفيق