

تعيين طاقة التنشيط لثنائي الوصلة

نظرية التجربة :

ثنائي الوصلة يتكون من قطبين متلاصقين من النوع p , n كما هو موضح بالرسم. حيث يحتوي النوع p على ثقب موجبة الشحنة والنوع n على إلكترونات سالبة الشحنة.

تعرف طاقة التنشيط (E) للوصلة الثنائية (p-n)

بأنها الطاقة اللازمة لرفع الإلكترون من مستوى

التكافؤ إلى مستوى التوصيل. ونتيجة لهذه الطاقة

يمر تيار خلال ثنائي الوصلة يعطي بالعلاقة :

$$I = I_0 \exp (-E/2kT) \dots\dots\dots (1)$$

حيث :

I_0 : يسمى تيار التشبع.

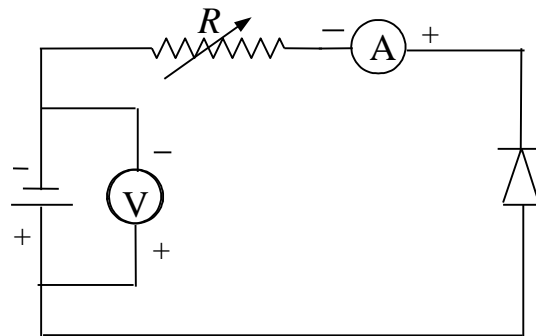
k : ثابت بولتزمان ($1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}^0$)

T : درجة الحرارة المطلقة.

يمكن كتابة المعادلة (1) على الصورة :

$$\ln I = -\left(\frac{E}{2k}\right) \frac{1}{T} + \ln I_0 \dots\dots\dots (2)$$

المعادلة (2) تمثل خط مستقيم ميله يساوي $\left(\frac{-E}{2k}\right)$ حيث يمكن تعيين طاقة التنشيط E منها.



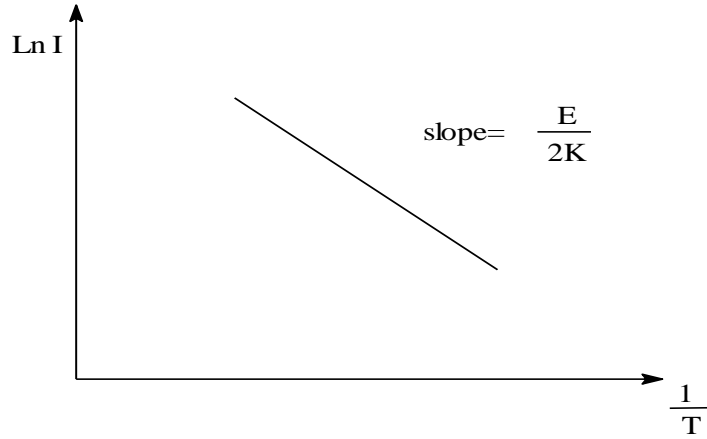
خطوات العمل :

1-صل الدائرة الموضحة بالرسم بعد غمر ثنائي الوصلة في أنبوبة مملوءة بالزيت.

2 - ارفع درجة حرارة الوصلة حتى تصل إلى 90° م.

3 - ثبت فرق الجهد عند قيمة مناسبة بحيث يكون التيار طردي مع درجة الحرارة خلال التجربة ثم ابدأ في تبريد ثنائي الوصلة وسجل درجة الحرارة المطلقة T (K^0) وشدة التيار I المار في الوصلة الثنائية.

4 - ارسم علاقة بيانية بين $\ln(I)$ ، $\frac{1}{T}$ والتي تعطى خطأ مستقيماً ميله سالب [معادلة (2)]



5- احسب طاقة التنشيط بوحدة الإلكترون فولت (e.v.) علماً بأن شحنة الإلكترون $e = 1.6 \times 10^{-19} C$

ضع نتائجك في جدول كالآتي :

t °c	$T = t + 273$ °K	$\frac{1}{T} (x10^{-3})$	I (μA)	$\ln I$
90				
85				
80				
75				
·				
·				
·				
40				

ملاحظة : عند حساب $\ln I$ لا نأخذ في الاعتبار تحويل الوحدة.

ثنائي الزينر Zener Diode

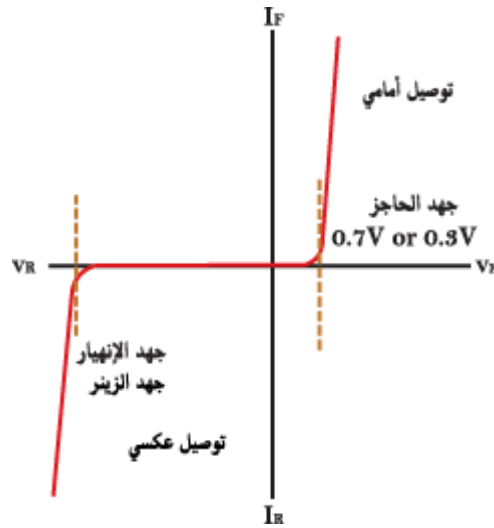
منحنى خصائص ثنائي الزينر :

يعمل الزينر كثنائي عادي إذا وصل توصيلاً أمامياً أما إذا وصل توصيلاً عكسياً فإن التيار العكسي يزداد بصورة مفاجئة وشديدة بالرغم من ثبوت جهد زينر مع زيادة جهد المصدر وفي هذه الحالة يعرف جهد زينر بجهد الانهيار ويعتمد جهد الزينر أساساً على كمية الشوائب التي طعمت بها المادة المصنوع منها ثنائي الزينر .

والنقاط التالية جديرة بالذكر:

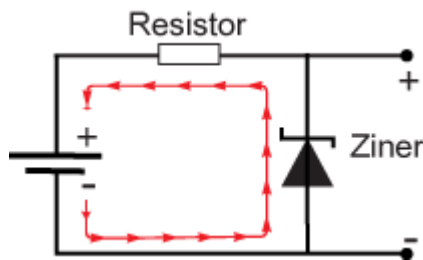
- يستغل جهد الانهيار العكسي لثنائي الزينر كجهد مرجعي في دوائر تثبيت الجهد .
- يوصل ثنائي الزينر دائماً عكسياً أما إذا وصل توصيلاً أمامياً فإن خواصه تكون مثل الموحد العادي.

عند دخول ثنائي الزينر منطقة الانهيار فإنه لن يتلف أو يحترق حيث أن الدائرة الخارجية الموصلة به تحد التيار ليكون أقل من القيمة التي تسبب تلفه.



تنظيم الجهد بواسطة موحد الزينر Zener Voltage Regulator:

يوضح الشكل التالي دائرة بسيطة تشرح كيفية استخدام ثنائي الزينر في تنظيم الجهد



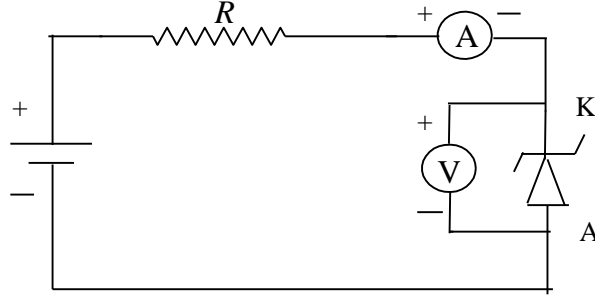
جهد الخرج ثابت ويساوي جهد

المقاومة R تحد من قيمة التيار و

انهيار الزينر بغض النظر عن تغير جهد الدخل أو تغير التيار المسحوب بواسطة الحمل .

خطوات العمل:

1 وصل الدائرة المستخدمة في أحد الاتجاهين أمامي أو عكسي كما هو موضح بالرسم



2 غير في جهد المصدر ثم عين التيار المار خلال الزينر والجهد بين طرفيه ودون القراءات في الجدول التالي:

I(mA)									
V(volt)									

3-اقلب ثنائي الوصلة ليكون في حالة توصيل معاكس للحالة الأولى وسجل القراءات في الجدول التالي:

I(mA)									
V(volt)									

4-ارسم المنحنى المميز لثنائي زينر في الاتجاهين الأمامي والخلفي ثم أوجد:

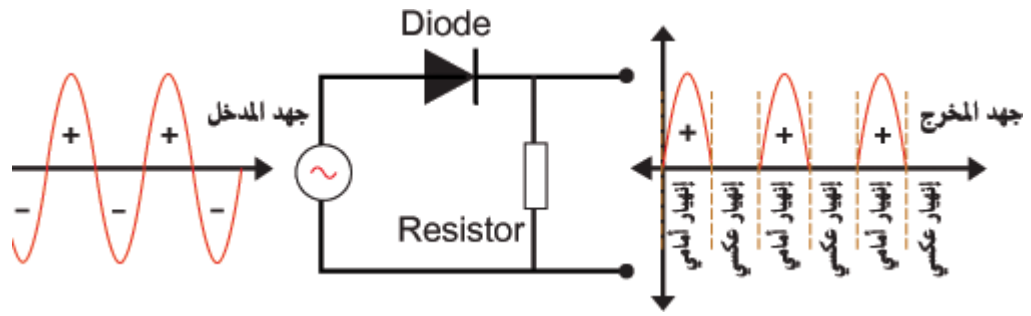
الجهد الحاجز (الأمامي) V_b = ، المقاومة الأمامية r =

جهد الانهيار الخلفي V_z = ، المقاومة الخلفية R =

تعيين معامل التمرج لدائرة تقويم نصف موجي

نظرية التجربة:

يعتبر التقويم الخاصية الهامة التي تتمتع بها الثنائيات من أشباه الموصلات من حيث القدرة على توحيد الاتجاه . بمعنى أنها تستطيع التوصيل في اتجاه معين بسهولة أكثر منه في الاتجاه الآخر . ويوضح الشكل التالي دائرة تقويم نصف موجي حيث يتم توصيل ثنائي الوصلة بمصدر للتيار المتردد المراد تقويمه . ونلاحظ أن موجات التيار المتردد لا تستطعي أن تمر بشكل كامل خلال الثنائي وإنما تمر فقط أنصاف الموجات . فإذا كان الثنائي ذو انحياز أمامي فإن أنصاف الموجات الموجبة فقط هي التي سوف تمر خلال هذا الثنائي كما موضح بالشكل .



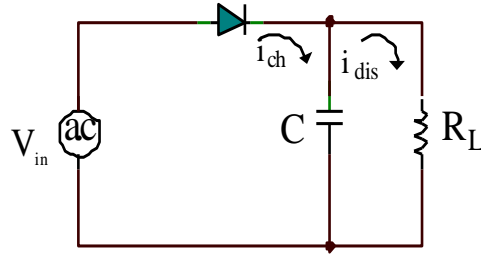
ويجب أن نعلم أن النتيجة المرجوة من عملية التقويم هي الحصول على تيار ثابت . ولكن التيارات الناتجة من دوائر التقويم تحتوي على مركبات مترددة كبيرة بالإضافة إلى مركبات التيار المستمر . ولكي نقيس فعالية عملية التقويم نستخدم ما يسمى بعامل التمرج (r) :

$$r = \frac{I_{ac}}{I_{dc}} = \frac{V_{ac}}{V_{dc}}$$

ومن ثم فإن الدائرة التي تقوم بعملية التحويل من التيار المتردد إلى التيار المستمر بكفاءة عالية تكون ذات معامل تمرج منخفض وكلما انخفضت قيمة (r) كلما تحسنت كفاءة التحويل والعكس صحيح .

ومن المعروف أن أجهزة القياس مثل (A.C Voltmeter و A.C Ammeter) تعابير للتي تقراء القيمة الفعالة (جذر متوسط مربع القيمة r.m.s) . بينما أجهزة القياس (D.C Voltmeter و D.C Ammeter) تقراء القيمة الثابتة لكل من الجهد والتيار المستمر .

ويمكن أن نخفض قيمة عامل التمرج (r) إلى درجة عالية وذلك باستخدام مرشح مكون من مكثف يتصل على التوازي مع مقاومة الحمل كما هو موضح بالرسم التالي :



حيث يستخدم المكثف في هذه الحالة كخزان يتم فيه تخزين الشحنة خلال فترة توصيل الثنائي ثم يتم إطلاقها إلى مقاومة الحمل R_L خلال فترة عدم التوصيل. لاحظ شكل الجهد الناتج من خلال راسم الذبذبات

خطوات العمل:

- 1- كون الدائرة الموضحة بالشكل الأول
- 2- قارن بين جهد الدخل V_{in} وجهد الخرج V_{out} باستخدام راسم الذبذبات ودون ملاحظاته.
- 3- عين قيمة V_{ac} و V_{dc} لجهد الخرج عبر مقاومة الحمل R_L باستخدام A.C Voltmeter و D.C Voltmeter على الترتيب ثم استنتج قيمة r .
- 4- ضع قيم مختلفة للمقاومة R_L ثم كرر الخطوتين السابقتين وقارن بين النتائج التي تحصلت عليها مفسرا إياها.
- 5- كون الدائرة الموضحة بالشكل الثاني.
- 6- كرر الخطوة رقم (2) ثم قارن بين ما شاهدته في الحالتين موضحا سبب الاختلاف.
- 7- غير قيم المقاومة R_L ثم أكمل الجدول التالي:

$R_L(k\Omega)$	10	20	30	40	50	60	70	80
V_{ac}								
V_{dc}								
r								
$1/r$								

- 8- ارسم علاقة بيانية بين كل من $1/r$ على المحور الرأسي و R_L على المحور الأفقي ثم أوجد ميل الخط الناتج حيث أن الميل يساوي $(3.5Cf)$ ومن ثم أوجد قيمة سعة المكثف C المستخدم في الدائرة حيث أن تردد المصدر $(f=60Hz)$.

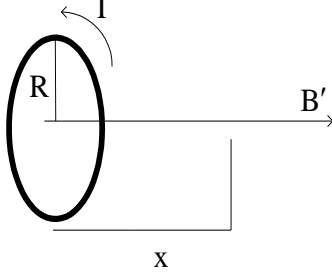
دراسة المجال المغناطيسي على محور ملف

الهدف من التجربة:

تحقيق قانون بيوت - سافار وإيجاد قيمة معامل النفاذية المغناطيسية للفراغ.

نظرية التجربة:

عند مرور تيار كهربائي في ملف دائري يتولد عنه عدة عوامل وهي تبعاً لقانون بيوت - سافار كما يلي :



$$B(x) = \frac{\mu_0 n I}{2} \frac{R^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

حيث :

n عدد لفات الملف n=320

I شدة التيار المار في الملف I=0.5Amp

R نصف قطر الملف

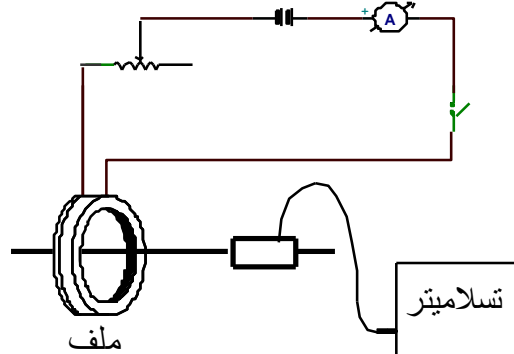
x البعد العمودي للنقطة التي نقيس عندها كثافة الفيض المغناطيسي عن مركز الملف

μ_0 معامل النفاذية المغناطيسية للفراغ

التكامل $A = \int_0^{\infty} B(x) dx$ يعطي علاقة رياضية بين μ_0 و n و I وهي:-

$$A = \frac{1}{2} n \mu_0 I$$

من المعادلة السابقة يمكن إيجاد قيمة معامل النفاذية المغناطيسية للفراغ μ_0

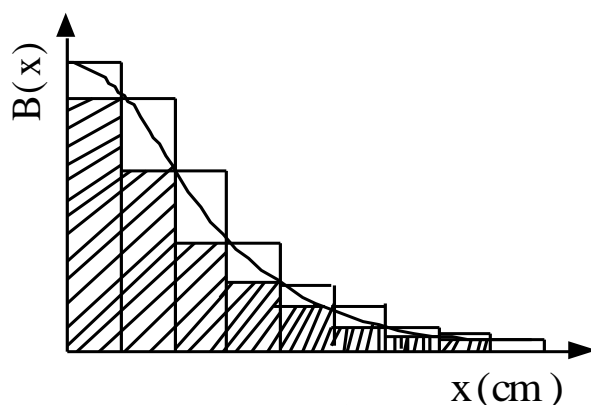


خطوات العمل:

1 - وصل الدائرة الكهربائية الموضحة بالشكل السابق ثم قس بجهاز التسلا ميتر كثافة الفيض

المغناطيسي على أبعاد مختلفة من مركز الملف مع ثبوت شدة التيار عند 0.5 Amp مسجلاً النتائج في الجدول التالي:

X(cm)	0	2	4	6	20
B(x)mT						



2- ارسم بيانيا العلاقة بين المسافة x وكثافة الفيض المغناطيسي $B(x)$ كما في الشكل السابق

$$A = \int_0^{\infty} B(x) dx \quad \text{3- أوجد عمليا التكامل}$$

من خلال حساب المساحة تحت المنحنى المبين بالرسم كما يلي:-

أ- أوجد المساحة العظمى A_2 والمساحة الصغرى (المظللة) A_1 ثم أحسب القيمة المتوسطة لهما A وكذلك الخطأ ΔA حيث:

$$A = \frac{A_1 + A_2}{2}$$

$$\Delta A = \frac{A_2 - A_1}{2}$$

ب- أوجد قيمة معامل نفاذية الفراغ μ وكذلك الخطأ فيها $\Delta\mu_0$ من العلاقتين الآتيتين:

$$\mu_o = \frac{2A}{nI}$$

$$\Delta\mu_o = \frac{2\Delta A}{nI}$$

ج- أكتب النتيجة على الشكل التالي:

$$\mu_o = (\dots\dots\pm\dots\dots)10^{-7} \text{ N} / \text{A}^2$$

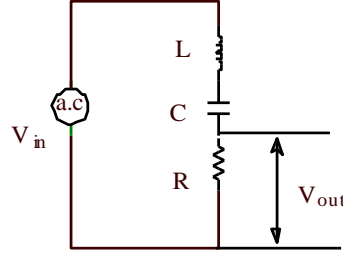
ثم قارن هذه النتيجة بقيمتها المعروفة وهي: $\mu_o = 12.5 \times 10^{-7} \text{ N} / \text{A}^2$

الاهتزازات القسرية والرنين

الهدف من التجربة : إيجاد زاوية الطور بين مركبة الجهد الداخل V_{in} والجهد الخارج V_{out} من دائرة (RLC) وكذلك تعيين تردد الرنين لهذه الدائرة .

نظرية التجربة:

تستخدم الدائرة (RLC) مع مصدر جهد متردد V_{in} ويكون جهد الخرج V_{out} .



نضع:

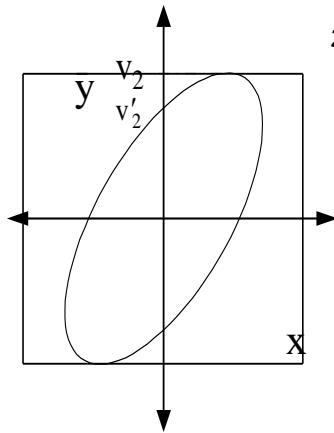
$$x = V_{in} = V_1 \cos(\omega t) \quad (1)$$

$$y = V_{out} = V_2 \cos(\omega t - \phi) \quad (2)$$

يمكن إيجاد العلاقة بين x و y وهي : (انظر الإثبات)

$$\left(\frac{x}{V_1}\right)^2 + \left(\frac{y}{V_2}\right)^2 - \frac{2xy}{V_1 V_2} \cos \phi = \sin^2 \phi \quad (3)$$

عندما يكون $x = 0$ فإن $\left(\frac{y}{V_2}\right)^2 = \sin^2 \phi$ $\Leftarrow y = V_2 \sin \phi \Leftarrow y' = V_2 \sin \phi$



العلاقة (3) تمثل معادلة قطع ناقص الموضح بالرسم حيث ϕ زاوية

الطور بين V_{in} و V_{out} والتي تتعين من العلاقة :

$$\sin \phi = \frac{(L\omega - \frac{1}{C\omega})}{\left[R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2\right]^{1/2}}$$

ومنها نحصل على العلاقة التالية والتي يمكن تحقيقها عملياً:

$$\frac{1}{\sin^2 \phi} = \frac{R^2}{(L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} + 1$$

خطوات العمل :

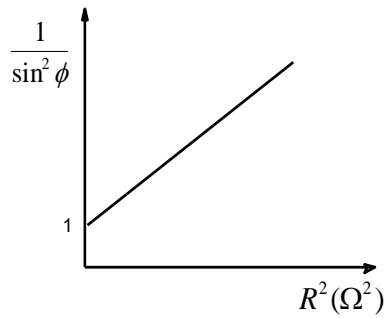
1- ثبت تردد المصدر عند قيمة معينة ولتكن $f = 100 \text{ Hz}$

2- خذ قيم مختلفة للمقاومة R من صندوق المقاومات وعين في كل حالة المركبة V_2' و V_2 من خلال القطع الناقص الذي يظهر أمامك على شاشة راسم الذبذبات مع جعل القطع الناقص يتطابق مع الحد العلوي والسفلي للشاشة في كل مرة.

3- أكمل النتائج في الجدول التالي:

$R (\Omega)$	100	150	350
V_2'				
V_2				
$\sin \phi = \frac{V_2'}{V_2}$				
$\frac{1}{\sin^2 \phi}$				
$R^2 (\Omega^2)$				

4- أرسم العلاقة البيانية بين $\frac{1}{\sin^2 \phi}$ و R^2 ثم أوجد الميل وتحقق منه نظريا من العلاقة:



$$\text{الميل} = \frac{1}{(L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

5- غير من تردد المصدر إلى أن يصبح القطع الناقص خطا مستقيما وتحقق من أن هذا التردد هو تردد

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

الرنين f_r حيث أن:

إثبات المعادلة (3) للقطع الناقص:

من المعادلة (2) نحصل على :

$$\frac{y}{v_2} = \cos(\omega t - \phi)$$

بالتفكيك:

$$\frac{y}{v_2} = \cos(\omega t) \cos \phi + \sin(\omega t) \sin \phi$$

من المعادلة (1): $\cos(\omega t) = \frac{x}{v_1}$ بالتعويض في المعادلة السابقة نحصل على:

$$\frac{y}{v_2} = \frac{x}{v_1} \cos \phi + (1 - \cos^2(\omega t))^{\frac{1}{2}} \sin \phi$$

$$\frac{y}{v_2} = \frac{x}{v_1} \cos \phi + \left(1 - \left(\frac{x}{v_1}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} \sin \phi$$

$$\left(\frac{y}{v_2} - \frac{x}{v_1} \cos \phi\right)^2 = \left(1 - \left(\frac{x}{v_1}\right)^2\right) \sin^2 \phi$$

بعد التفكيك نحصل على :

$$\left(\frac{y}{v_2}\right)^2 + \left(\frac{x}{v_1}\right)^2 \cos^2 \phi - \frac{2xy}{v_1 v_2} \cos \phi = \sin^2 \phi - \left(\frac{x}{v_1}\right)^2 \sin^2 \phi$$

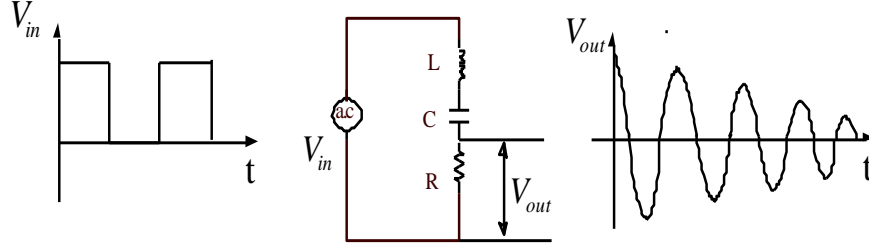
$$\left(\frac{x}{v_1}\right)^2 \cos^2 \phi + \left(\frac{x}{v_1}\right)^2 \sin^2 \phi + \left(\frac{y}{v_2}\right)^2 - \frac{2xy}{v_1 v_2} \cos \phi = \sin^2 \phi$$

$$\left(\frac{x}{v_1}\right)^2 + \left(\frac{y}{v_2}\right)^2 - \frac{2xy}{v_1 v_2} \cos \phi = \sin^2 \phi$$

الحركة الاهتزازية المخمدة

مقدمة :

الدائرة المستخدمة في هذه التجربة هي دائرة (RLC) عند توصيلها بمصدر جهد متردد كما هو موضح بالشكل حيث يمكن الحصول على حركة اهتزازية مخمدة تتناقص فيها سعة الموجة الناتجة مع الزمن .



نظرية التجربة :

المعادلة التفاضلية للجهد $V_{out} = V$ تعطى بالقانون :

$$\frac{d^2 V}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dV}{dt} + \frac{V}{LC} = 0$$

$$\text{بفرض أن: } \gamma = \frac{R}{2L} \text{ و } \omega_d^2 = \frac{1}{LC}$$

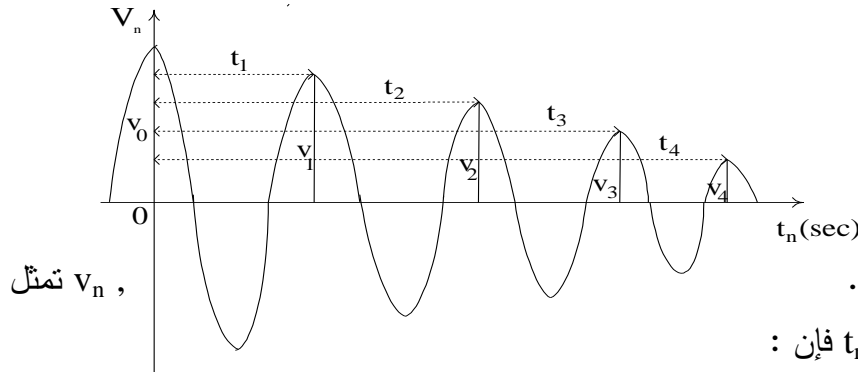
وباعتبار أن جهد الدخل نبضة سريعة ومتكررة (موجة مربعة)

وإذا كانت المقاومة صغيرة جدا ($\omega_d^2 \ll \gamma$) فإن

$$V = V_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega t - \phi)$$

حل المعادلة التفاضلية السابقة يكون على الشكل:

وتمثل هذه المعادلة الجهد بين طرفي المقاومة R وهو على شكل موجة جيبية مضمحلة (مخمدة) كما هو موضح بالشكل التالي:



وإذا كانت V_0, V_1, V_2, \dots

القيم عند الأزمنة $0, t_1, t_2, \dots, t_n$ فإن :

$$\frac{V_0}{V_n} = e^{\gamma t_n}$$

$$Ln\left(\frac{V_0}{V_n}\right) = \gamma t_n$$

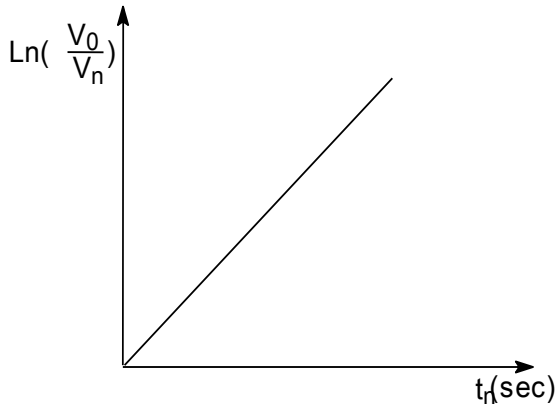
وبالتالي فإن :

وهذه علاقة خطية مع الزمن t_n .

خطوات العمل:

- 1- وصل الدائرة الكهربائية الموضحة بالرسم السابق
- 2- عين سعة الموجات الخارجة من الدائرة $V_0, V_1, V_2, \dots, V_n$ من خلال راسم الذبذبات
- 3- أحسب النسبة $\left(\frac{V_0}{V_n}\right)$ وكذلك اللوغاريتم الطبيعي لها $Ln\left(\frac{V_0}{V_n}\right)$
- 4 - احسب الزمن اللازم لمرور n من الموجات t_n مسجلاً هذه النتائج في الجدول التالي

n	n=0	1	2	6
t_n (sec)	0				
V_n					
V_0/V_n					
$Ln(V_0/V_n)$					



5- ارسم بيانياً العلاقة بين $\left(\frac{V_0}{V_n}\right)$ Ln ممثلاً على

محور الصادات والزمن t_n على محور السينات .

ثم أوجد ميل الخط المستقيم

$$\gamma = \text{الميل}$$

6- استنتج قيمة معامل الحث الذاتي للملف L من العلاقة : $L = \frac{R}{2\gamma}$

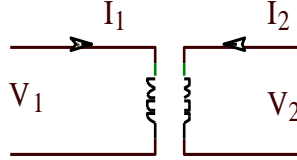
$$L = \frac{R}{2 \times \text{الميل}}$$

أي أن :

الحث الذاتي والمتبادل بين ملفين

مقدمة :

عند مرور تيار كهربي في ملف متصل بدائرة كهربية (ملف ابتدائي) ينشأ عن هذا التيار فيض مغناطيسي يمكن أن يؤثر هذا الفيض على ملف آخر بالقرب منه (ملف ثانوي) فيتولد في هذا الملف بفعل التأثير الكهرومغناطيسي تيار كهربي ولذلك تعرف هذه الظاهرة ، بظاهرة الحث الكهرومغناطيسي .



نظرية التجربة :

الفيض المغناطيسي ϕ المتولد داخل كل من الملفين يكون على النحو التالي :

$$\phi_1 = L_1 I_1 + M_{12} I_2$$

$$\phi_2 = L_2 I_2 + M_{21} I_1$$

حيث L_1 و L_2 هما الحث الذاتي للملفين الابتدائي والثانوي على الترتيب ويمثل M_{21} , M_{12} (الحث المتبادل بينهما)

وتكون القوة الدافعة الكهربية (ζ) المتولدة في الملفين كالآتي :

$$\zeta_1 = -\frac{d\phi_1}{dt} = -L_1 \frac{dI_1}{dt} - M_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

$$\zeta_2 = -\frac{d\phi_2}{dt} = -L_2 \frac{dI_2}{dt} - M_{21} \frac{dI_1}{dt}$$

عند وضع مصدر جهد متردد في دائرة الملف الابتدائي حيث أن $I_1 = I \cos(\omega t)$ و التيار I_2 ثابت مع الزمن فإن قوى الدفع الكهربية المتولدة في الملفين تكون على النحو التالي :

$$\zeta_1 = L_1 \omega I \sin(\omega t)$$

$$\zeta_2 = M_{12} \omega I \sin(\omega t)$$

وبقياس القيمة الفعالة لهما نحصل على الجهد بين V_1 , V_2 حيث :

$$V_2 = M_{12} \omega I \quad , \quad V_1 = L_1 \omega I$$

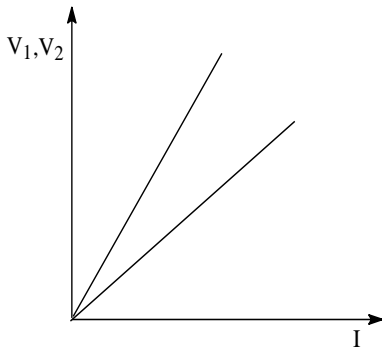
علما بأن I هي القيمة الفعالة للتيار المتردد المار في الملف الابتدائي

$$\omega = 2\pi f \quad ,$$

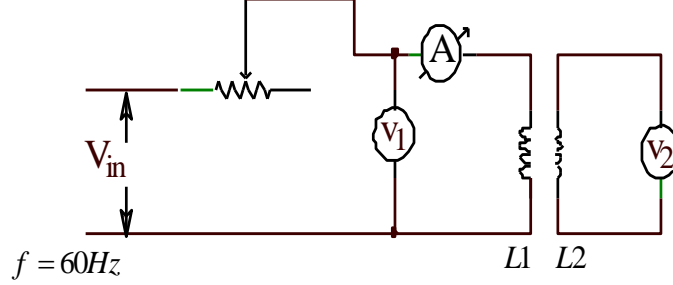
حيث f هو تردد المصدر .

$$V_1 = (2\pi f L_1) I \quad \text{وبالتالي فإن:}$$

$$V_2 = (2\pi f M_{12}) I$$



من العلاقتين السابقتين نلاحظ أن V_1 ، V_2 تتناسباً طردياً مع التيار كما هو موضح بالرسم ومن ثم نستطيع حساب معامل الحث الذاتي L_1 والمتبادل M_{12} .



خطوات العمل :

- (1) وصل الدائرة الموضحة بالرسم السابق.
- (2) سجل القراءات المطلوبة في الجدول التالي :

I (A)	0.1	0.2	0.3	1
V_1 (volt)					
V_2 (volt)					

- (3) ارسم العلاقة البيانية بين كل من التيار I مع الجهد V_1 وكذلك I مع الجهد V_2 واحسب الميل في كل حالة

- (4) أوجد معامل الحث الذاتي L_1 والمتبادل M_{12} من العلاقتين الآتيتين

$$M_{12} = \frac{\left(\frac{\Delta V_2}{\Delta I} \right)}{2\pi f}$$

$$L_1 = \frac{\left(\frac{\Delta V_1}{\Delta I} \right)}{2\pi f}$$

علما بأن التيار I_2 ثابت

ملحوظة: بعكس دور كل من الملفين الابتدائي والثانوي يمكن تعيين L_2 و M_{21} بنفس الطريقة السابقة.

المنحنيات المميزة للترانزيستور

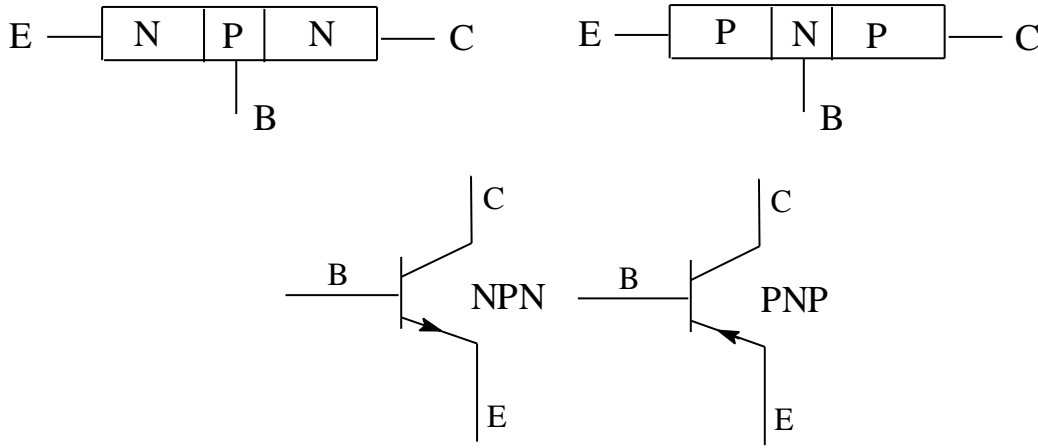
نظرية التجربة:

يتكون الترانزيستور عادة من بلورة من مادة الجرمانيوم أو السليكون تعالج بحيث يكون الجزء الأوسط منها

شبه موصل موجب أو سالب والطرفان الخارجيان من نوع مخالف وبذلك يكون هناك نوع يسمى PNP

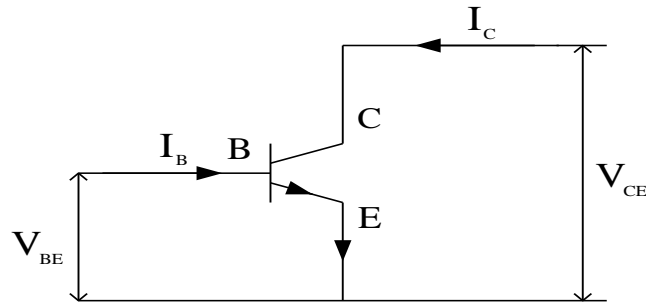
ترانزيستور وآخر NPN ترانزيستور ويسمى العنصر الأوسط بالقاعدة B والطرفان الخارجيان بالباعث E

والمجمع C وذلك كما هو مبين بالشكل التالي:



ويشير السهم على الباعث في رمز الترانزيستور إلى اتجاه التيار المعتاد في الباعث عندما يكون ذو انحيازاً صحيحاً حيث أنه في نوعي الترانزيستور يكون دائماً توصيل الباعث في الاتجاه الأمامي أما المجمع فيكون ذو انحيازاً عكسياً .

البرامترات الهجينة للترانزيستور (hybrid Parameters)



ويسمى توصيل الترانزيستور في الدوائر الإلكترونية عندما يكون في هذا الوضع المبين بالشكل بالترانزيستور

ذو الباعث المشترك حيث أن الباعث E يمثل القطب المشترك بين دائرة الدخل ذو الجهد V_{BE} (فرق الجهد

بين القاعدة والباعث (ودائرة الخرج ذو الجهد V_{CE}) (فرق الجهد بين المجمع والباعث) . وترتبط المتغيرات السابقة (V_{CE}, V_{BE}) ، وكذلك تيار القاعدة I_B ، وتيار المجمع I_C من خلال العلاقتين التاليتين :

$$V_{BE} = h_{11} I_B + h_{12} V_{CE}$$

$$I_C = h_{21} I_B + h_{22} V_{CE}$$

وتسمى كل من $h_{22}, h_{21}, h_{12}, h_{11}$ بالبرامترات الهجينية للترانزيستور ذو الباعث المشترك والتي يمكن تعريفها كالتالي :

1 - الكسب في التيار (β)

$$\beta = h_{21} = \left. \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} \right|_{V_{CE}=\text{const.}}$$

2 - معاوقة الدخول (R_i)

$$R_i = h_{11} = \left. \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta I_B} \right|_{V_{CE}=\text{const.}}$$

3 - موصلية الخرج

$$h_{22} = \left. \frac{\Delta I_C}{\Delta V_{CE}} \right|_{I_B=\text{const.}}$$

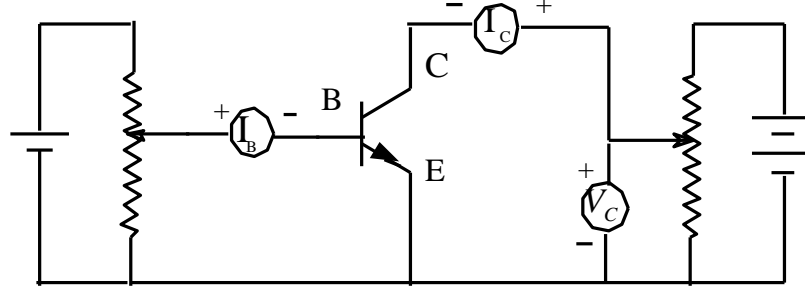
4- معامل إنتقال الجهد

$$h_{12} = \left. \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta V_{CE}} \right|_{I_B=\text{const.}}$$

وبلاحظ في البرامترات استخدام الرقم (1) وهو يعني دائرة الدخول والرقم (2) ويعني دائرة الخرج . ويمكن تعيين كل من h_{21}, h_{22} عملياً وذلك من الخطوات التالية :

خطوات العمل :

1 -صل الدائرة الموضحة بالشكل مستخدماً ترانزستور من النوع NPN .



2- ثبت تيار القاعدة عند القيمة $(I_B = 80\mu A)$ و غير في قيمة الجهد V_{CE} وسجل قيم تيار المجمع I_C المقابلة على النحو التالي:

$(I_B = 80\mu A)$	$V_{CE} (V)$.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
	$I_C (mA)$										

3- ارسم العلاقة بين V_{CE} و I_C ثم استنتج البارامتر h_{22} عند ثبوت تيار القاعدة عند القيمة $(80\mu A)$.

4- ثبت الجهد V_{CE} عند القيمة $(1V)$ و غير قيمة تيار القاعدة I_B حسب الجدول التالي ثم عين القيمة المناظرة لتيار المجمع I_C في كل مرة .

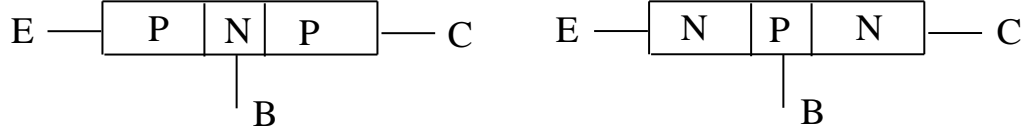
$V_{CE} = 1V$	$I_B (\mu A)$	10	20	30	40	50	60	70	80	90
	$I_C (mA)$									

5- ارسم العلاقة البيانية بين كل من I_C و I_B ثم أوجد البارامتر h_{21} عند ثبوت الجهد V_{CE} .

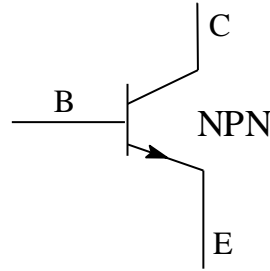
الترانزستور كمكبر للجهد المتردد

مقدمة :

الترانزستور هو قطعة إلكترونية ذو ثلاثة أطراف وهي: المجمع (C) والقاعدة (B) والباعث (E) .

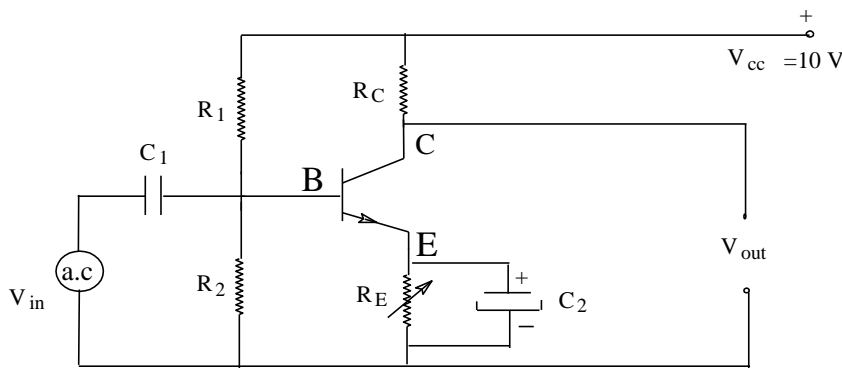


الترانزستور المستخدم هو من نوع NPN ذو الباعث المشترك تعرف أطرافه الثلاثة كما هو موضح بالرسم التالي ويستخدم في حالات كثيرة ومنها تكبير الجهد المتردد.



خطوات العمل:

1- صل الدائرة الموضحة بالرسم التالي:



- حيث R_E, R_C, R_2, R_1 مقاومات و C_1 مكثف اقتران بالدائرة و C_2 مكثف كيميائي موازي للمقاومة المتغيرة R_E و V_{in} مصدر جهد متردد تردده $f=1\text{kHz}$ و V_{cc} مصدر جهد مستمر
- 2- وصل جهد الدخل V_{in} والخرج V_{out} براسم الذبذبات لمعايتهما على المدخلين ch_1, ch_2
- 3- غير من قيمة المقاومة R_E إلى أن نحصل على جهد خرج V_{out} جيبي غير مشوه على

شاشة راسم الذبذبات وله أكبر سعة ممكنة .

4- أوجد معامل كسب الجهد في هذه الحالة :

$$A_v = \frac{V_{out}}{V_{in}}$$

5- استبدل المقاومة الثابتة R_C بصندوق مقاومات لتحقيق العلاقة بين معامل كسب الجهد

ومقاومة الحمل R_C والتي تعطي من العلاقة .

$$A_v = \left(-\frac{h_{21}}{h_{11}}\right)R_C$$

حيث h_{21} و h_{11} هما معامل كسب التيار ومقاومة الدخل للترانزيستور على الترتيب .

6 - أكمل الجدول التالي :

$R_c(k\Omega)$	1	2	3	4	5	6	10
V_{out}								
V_{in}								
$A_v = \frac{V_o}{V_i}$								

7- ارسم العلاقة البيانية بين A_v على محور الصادات و R_C على محور السينات

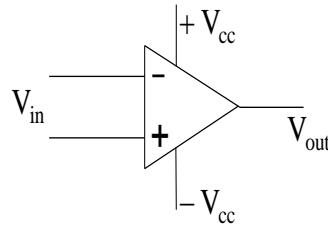
8- من الرسم البياني عين قيمة المقاومة R_C عندما يكون معامل كسب الجهد مساو للقيمة 70

9- إذا افترضنا أن معامل كسب التيار $h_{21}=150$ أوجد مقاومة الدخل h_{11} للترانزيستور .

مكبر التشغيل العاكس

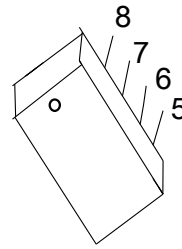
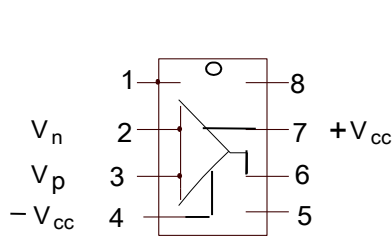
مكبر التشغيل هو أساساً مكبر يمكن بواسطته إجراء بعض العمليات الحسابية المناظرة لعمليات قياس كهربية فمثلاً عملية الضرب تحدث عندما ندخل جهداً معلوماً وليكن (10mV) ونحصل على جهد خارج يساوي (1 Volt) فمعنى ذلك أن الجهد قد تضاعف 100 مرة أو أنه قد حدثت عملية الضرب (100 X) . وكذلك عملية الجمع يقوم بها المكبر بجمع الجهود الواردة إليه من عدة مصادر ويمكن للمكبر أيضاً أن يقوم بعملية التكامل أو التفاضل للجهود الكهربية .

ويرمز لمكبر التشغيل بالرمز التالي :



حيث يمثل رأس المثلث الجهد الخارج وتمثل قاعدة المثلث المقابلة لهذا الرأس طرفي الدخول لهذا المكبر ويسمى أحد الطرفين بالطرف العاكس (inverting) ويأخذ إشارة سالبة بينما يسمى الطرف الآخر للدخول بالطرف غير العاكس (NON inverting) ويأخذ الإشارة الموجبة . ولكي يقوم هذا المكبر بإجراء عملية التكبير يتم توصيله بجهدين مستمرين الأول ($V_{cc} = 10V$) والثاني ($V_{cc} = -10V$)

ويمكن وصف الدائرة المتكاملة لهذا المكبر على النحو التالي :



شكل (أ) شكل (ب)

حيث يتم وضع الدائرة داخل غلاف بلاستيكي أسود على شكل صندوق له ثمانية أطراف معدنية كما هو موضح بالشكل (أ) . ويتم ترقيم أطراف المكبر حسب الدائرة المفتوحة الموجودة أعلاه فمثلاً الطرف أعلى يسار الفتحة يأخذ الرقم (1) بينما الطرف أعلى يمين الفتحة يأخذ الرقم (8) . ويسمى الطرف رقم (2) بالطرف العاكس ويوصل به الجهد (V_n) والطرف رقم (3) ويسمى بالطرف غير العاكس ويوصل به الجهد (V_p) ويقع جهد الخرج عند الطرف رقم (6) ويعطى بالعلاقة التالية :

$$V_{out} = A(V_p - V_n)$$

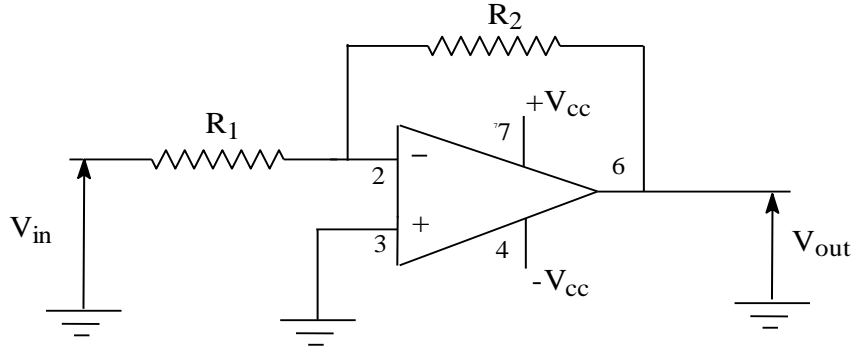
ويمثل A معامل التكبير أو الكسب وهو ذو قيمة عالية . ويتم توصيل الجهد المستمر ($+V_{cc}$) عند الطرف رقم (7) وكذلك الجهد ($-V_{cc}$) عند الطرف رقم (4) وذلك كما هو موضح بالشكل (ب).

الجزء العملي :-

تعيين الكسب في الجهد لمكبر عاكس (*Inverter*) :

خطوات العمل:

1 - حل الدائرة كما هو بالشكل :



2 - ثبت قيمة المقاومة R_1 عند القيمة ($1\text{ K}\Omega$) ، R_2 عند القيمة ($20\text{ K}\Omega$) ، وكذلك تردد مصدر الجهد V_{in} عند القيمة (1 KHz)

3- سجل قيمة جهد الخرج (V_{out}) المناظرة لقيم الجهد الدخل (V_{in}) وذلك من خلال الجدول التالي :

V_{in} (Volt)							
V_{out} (Volt)							

4- ارسم العلاقة بين جهد ا لدخل والجهد الخرج ثم أوجد ميل الخط الناتج ومن ثم استنتج الكسب في الجهد (V_{out}/V_{in}) وقارنه بالقيمة (R_2/R_1) . وتحقق من صحة العلاقة التالية :

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-R_2}{R_1}$$

ماذا تعني الإشارة السالبة ؟

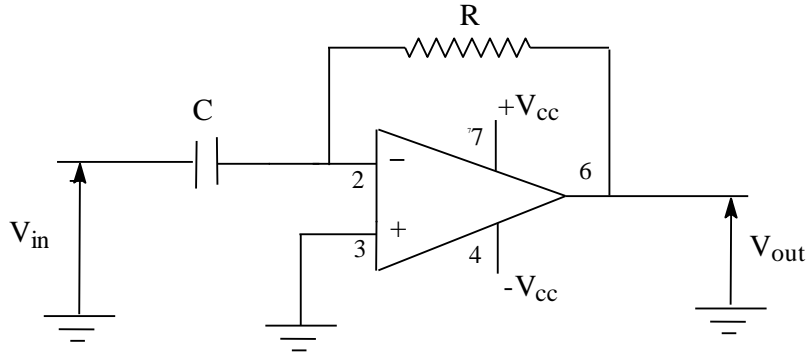
مكبر التشغيل التفاضلي والتكاملي

أولاً: المكبر التفاضلي:

الدائرة الموضحة بالشكل (1) تعطى جهد خرج (V_{out}) على الصور الآتية:

$$V_{out} = -RC \frac{dV_{in}}{dt} \quad (1)$$

حيث أن $\frac{dV_{in}}{dt}$ هو تفاضل جهد الدخل V_{in} .



شكل (1)

فإذا كان الجهد الداخل V_{in} على شكل جيبي تردده f وسعته V_1 فإن:

$$V_{in} = V_1 \cos (wt) \quad (2)$$

حيث أن : $(w=2\pi f)$

ومن المعادلة التفاضلية رقم (1) فإن جهد الخرج V_{out} يأخذ الصورة التالية:

$$\begin{aligned} V_{out} &= -RC [-2\pi f V_1 \sin (2\pi f t)] \\ &= 2\pi RCf V_1 \sin (2\pi f t) \\ V_{out} &= V_2 \sin (wt) \end{aligned} \quad (3)$$

ومن ثم فإن جهد الخرج (V_{out}) هو موجة جيبيه سعتها V_2 تتناسب طردياً مع التردد f طبقاً للمعادلة الآتية:

$$V_2 = 2\pi RCf V_1$$

خطوات العمل:

1. صل الدائرة الموضحة بالشكل السابق.
2. خذ قيمه المكثف وليكن $10 \mu f$.
3. خذ قيم مختلفة للتردد (f) وفي كل مره سجل القيمة المناظرة ل كل من الجهد V_1 ، V_2 ثم أكمل الجدول التالي:

f(Hz)	200	250	300	350	400	450	500
V ₁							
V ₂							
V ₂ /V ₁							

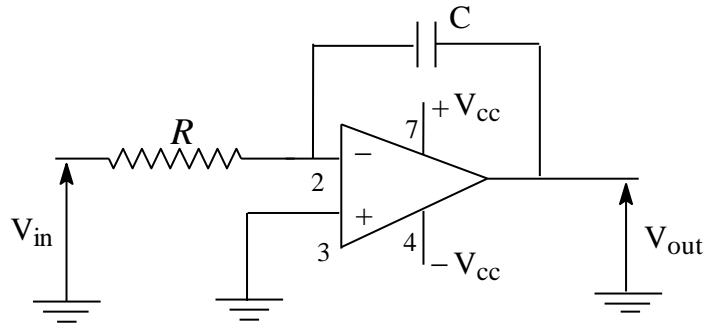
4. ارسم العلاقة بين (f) على محور (x) و (V₂/V₁) على محور (y).

5. أوجد ميل الخط الناتج والذي يساوي (2πRC).

ومن ثم استنتج قيمة المقاومة R

ثانياً: المكبر التكاملّي:

في هذه الحالة نعكس المكثف مع المقاومة وتكون الدائرة كما هو موضح بالشكل (2).



شكل (2)

ويكون جهد الخرج (V_{out}) على الصورة:

$$V_{out} = -\frac{1}{RC} \int V_{in} dt \quad (4)$$

وهذا يعني أن جهد الخرج يمثل تكامل الجهد الداخل (V_{in}).

فإذا كان الجهد الداخل على صورة المعادلة رقم (2) فإن الجهد الخارج وباستخدام المعادلة رقم (4) يكون:

$$V_{out} = -\frac{1}{RC} \int V_1 \cos(2\pi f t) dt$$

$$V_{out} = -\frac{V_1}{2\pi RC f} \sin(2\pi f t)$$

$$V_{out} = -V_2 \sin(wt) \quad (5)$$

وتكون سعة هذه الموجة V_2 على النحو التالي:

$$V_2 = \frac{V_1}{2\pi R C f}$$

خطوات العمل :

كرر خطوات العمل السابقة إلى الخطوة رقم (3) طبقاً للدائرة الموضحة بالشكل (2) ثم أكمل الجدول

التالي:

f(Hz)	200	250	300	350	400	450	500
V_1							
V_2							
V_2/V_1							
1/f							

5- ارسم العلاقة بين (V_2/V_1) على محور (y) بالنسبة إلى $(1/f)$ على محور (x) ثم أوجد ميل الخط

الناتج

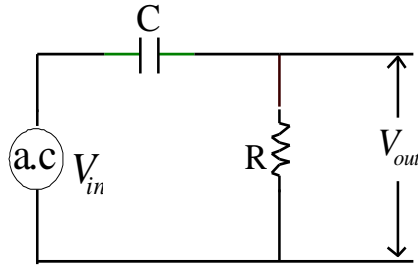
6- قارن بين ميل الخط الناتج والقيمة النظرية له $\left(\frac{1}{2\pi R C}\right)$ مستخدماً قيمة المقاومة التي تم استنتاجها

في الحالة السابقة.

المرشحات: filters

تستخدم المرشحات في الدوائر الكهربائية مثل دوائر الاستقبال في الراديو للتخلص من الترددات التي قد تشوش على الإشارة المراد التقاطها وتكبيرها وتتكون المرشحات الكهربائية من مقاومة ومكثف موصلين على التوالي. يمكن ترشيح الترددات العالية High-pass filter أو الترددات المنخفضة Low-pass filter وذلك من خلال طريقة توصيل المقاومة مع المكثف كما سنرى فيما يلي:

مرشح الترددات العالية



توضح الدائرة الكهربائية المبينة في الشكل فكرة عمل مرشح الترددات العالية High-pass filter. حيث ان المصدر متصل مع المكثف والمقاومة على التوالي ويكون الجهد الناتج على طرفي المقاومة.

القيمة العظمى للجهد V_{in} تعطى بالعلاقة:

$$V_{in} = I_m Z = I_m \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (1)$$

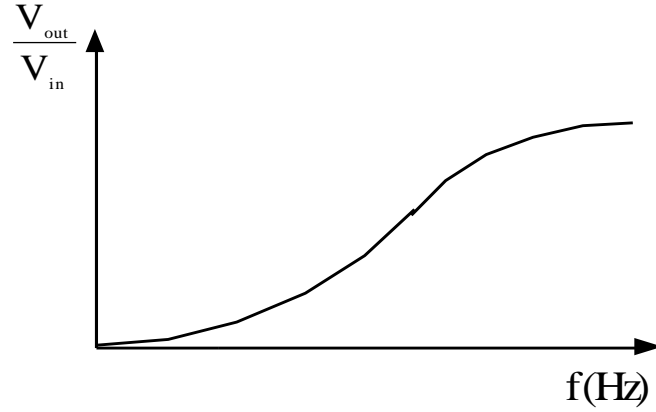
وقيمة الجهد الناتج على طرفي المقاومة يعطى من خلال قانون أوم : $V_{out} = I_m R$

بقسمة العلاقتين السابقتين نحصل على المعادلة التالية:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (2)$$

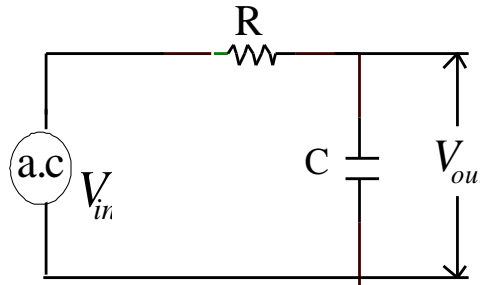
وبالتالي يكون:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_{cut}}{f}\right)^2}}$$



من المعادلات السابقة نلاحظ أنه عند الترددات المنخفضة تكون قيمة الجهد V_{out} أقل بكثير من V_{in} وعند الترددات المرتفعة تكون قيمتي الجهد متساويتين $V_{in}=V_{out}$. وهذا يعني أن الدائرة تمرر فقط الترددات المرتفعة ولذلك سميت High-pass filter بينما الترددات المنخفضة توقف ولا تمرر كما في الرسم البياني السابق.

مرشح الترددات المنخفضة



في حالة توصيل المخرج على طرفي المكثف بدلا من المقاومة يصبح عمل المرشح هو تمرير الترددات المنخفضة وحجب الترددات العالية

وقيمة الجهد الناتج على طرفي المكثف يعطى كالتالي:

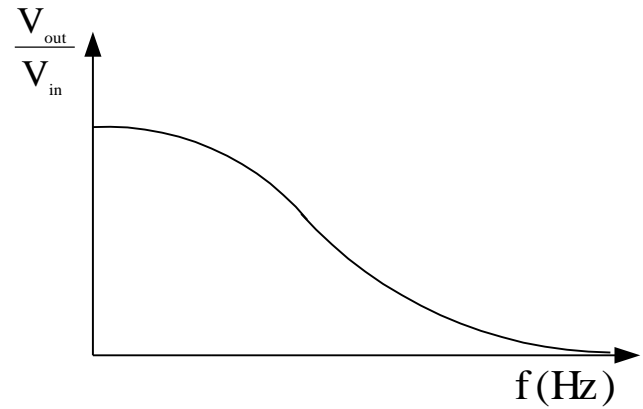
$$V_{out} = I_m X_c = \frac{I_m}{\omega C} \quad (3)$$

بقسمة المعادلة (3) على المعادلة (1) نحصل على :

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

وبالتالي يكون:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_{cut}}\right)^2}}$$



من المعادلات السابقة نلاحظ أن عند الترددات المنخفضة تكون قيمتي الجهد V_{in} و V_{out} متساويتين بينما عند الترددات المرتفعة قيمة الجهد V_{out} أقل بكثير من V_{in} وهذا يعني ان الدائرة تمرر فقط الترددات المنخفضة ولذلك سميت Low-pass filter بينما الترددات المرتفعة توقف ولا تمرر كما هو موضح بالشكل البياني السابق.

تردد القطع (Cut off Frequency):

تردد القطع هو التردد الذي يبدأ عنده المرشح بعمله فمثلاً في مرشح إمرار الترددات المنخفضة تردد القطع هو ذلك التردد الذي يبدأ بعده المرشح بمنع الترددات العالية من المرور . ويمكن حساب تردد القطع للمرشح بالقانون التالي :

$$f_{cut} = \frac{1}{2\pi RC}$$

خطوات العمل:

- 1- وصل الدائرة الكهربائية المطلوبة والموضحة سابقا ثم غير من تردد المصدر وعين قيمة جهد الخرج V_{out} في كل مرة مع تثبيت جهد الدخل عند القيمة $V_{in}=2 \text{ volt}$
- 2- سجل القراءات في الجدول التالي:

f(Hz)	50	100	150	200	1000
V_{out}						
V_{in}						
V_{out}/V_{in}						

3- ارسم علاقة بيانية بين $\left(\frac{V_{out}}{V_{in}}\right)$ على محور الصادات والتردد f على محور السينات

4- عين قيمة تردد القطع f_{cut} عمليا عندما يكون :

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

2 قارن القيمة التي تحصلت عليها بقيمتها النظرية من العلاقة :

$$f_{cut} = \frac{1}{2\pi RC}$$

تعيين تردد مصدر جهد متردد باستخدام طريقة ميلد

نظرية التجربة :

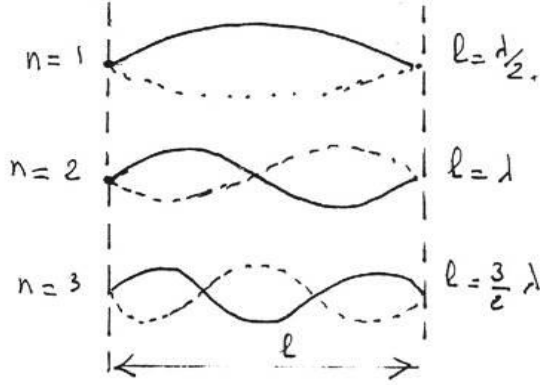
عند اهتزاز سلك مثبت من طرفيه واقع تحت تأثير قوة شد F وفي حالة الرنين تتكون موجه موقوفة يكون طولها الموجي λ حيث تكون المسافة ℓ بين عقدتين متتاليتين أو بطنين متتاليتين تساوي $\frac{\lambda}{2}$ وإذا كان n

عدد

البطن المتكونة فإن

الطول الموجي للموجه

المتكونة يساوي :



$$\lambda = \frac{2\ell}{n}$$

حيث ℓ طول السلك

وتعطى سرعة انتشار الموجه من العلاقة $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ حيث μ كتلة وحدة الأطوال للسلك ويكون تردد

المصدر :

$$f = \frac{V}{\lambda} = \frac{n}{2\ell} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

ومنها نحصل على علاقة بين قوة الشد ($F = Mg$) وتردد المصدر f :

$$F = 4\mu f^2 \cdot \left(\frac{\ell}{n}\right)^2$$

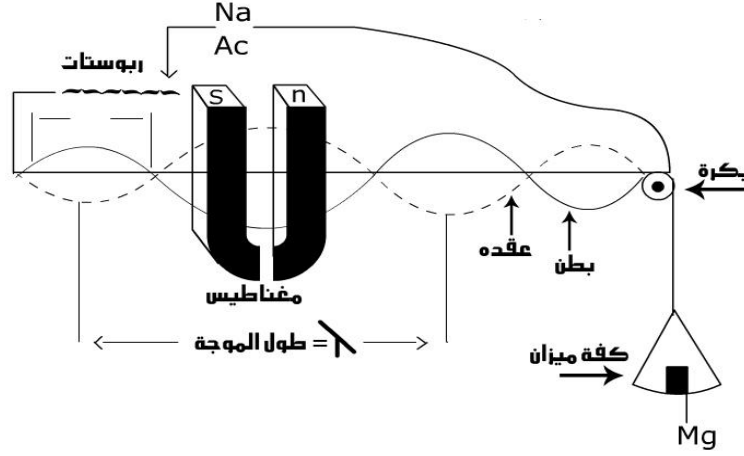
حيث أن العلاقة بين F و $\left(\frac{\ell}{n}\right)^2$ هي علاقة خط مستقيم ميله هو :

$$\text{الميل} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = 4\mu f^2$$

الأدوات المستخدمة: يوضح الرسم التالي الأدوات المستخدمة وتتكون أساساً من سلك موصل للتيار الكهربائي

مثبت من طرف والطرف الآخر مثبت بكفه ميزان حيث يمر تيار متردد عبر السلك وعند وضع مغناطيس

على شكل حرف u بحيث يكون المجال المغناطيسي \vec{B} له متعامد مع السلك يهتز هذا الأخير .

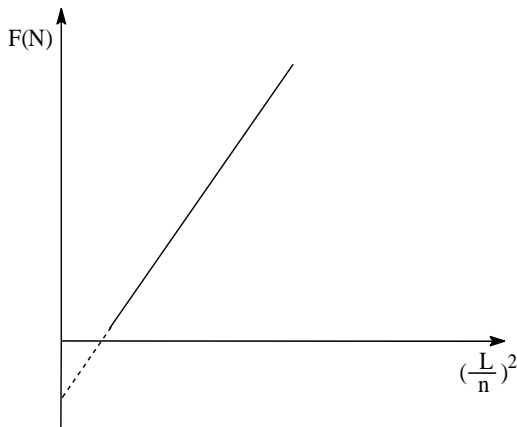


خطوات العمل :

- 1- ضع في كفة الميزان ثقلاً ثم غير من وضع الركاب المتحرك إلى أن تحصل على رنين ثم قس طول السلك المقابل وعدد البطون n .
- 2 - سجل النتائج في الجدول التالي :

$MX10^{-3} Kg$	$F = Mg$	ℓ (m)	N	$\left(\frac{\ell}{n}\right)^2$
100				
200				
300				
400				
500				

3 - ارسم العلاقة البيانية بين القوة F و $\left(\frac{\ell}{n}\right)^2$



4 - أوجد الميل ثم عين قيمة التردد f من العلاقة :

$$f = \sqrt{\frac{\text{الميل}}{4\mu}}$$

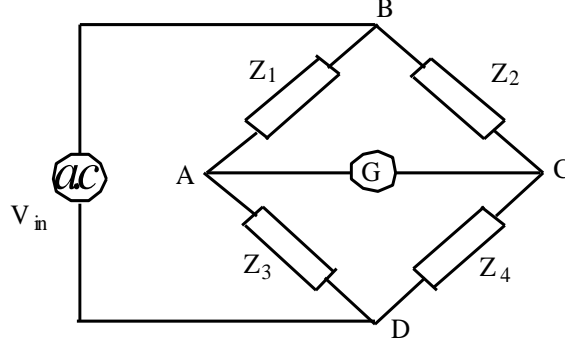
5 - في الواقع لا يمر الخط بنقطة الأصل وضح لماذا ؟

6-أوجد كتلة كفة الميزان من الرسم البياني .

قنطرة مكسوال لقياس الحث الذاتي لملف

نظرية التجربة :

تتكون القنطرة من أربعة معاوقات وهي Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 ويكون تغذيتها بمصدر جهد متردد V_{in} كما هو موضح بالرسم التالي :



عند اتزان القنطرة يكون الجهد بين النقطتين A, C مساو للصفر ($V_{AC} = 0$) وتكون هناك علاقة بسيطة بين الأربعة معاوقات وهي :

$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3 \quad (1)$$

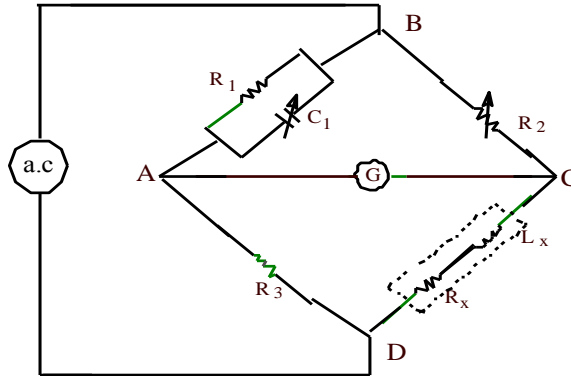
ويعطي الجدول التالي قيم المعاوقة لكل من مقاومة و مكثف وملف :

$Z = R$		مقاومة
$Z = \frac{1}{jCw}$		مكثف
$Z = jLw$		ملف

حيث إن العدد المركب $j = \sqrt{-1}$

قنطرة مكسوال:

تستخدم قنطرة مكسوال الموضحة بالرسم التالي لقياس مقاومة مجهولة R_x وحث ذاتي لملف L_x



وتصبح قيم المعاوقات لهذه الحالة :

$$Z_1 = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + jC_1\omega} \quad , \quad Z_2=R_2$$

$$Z_3=R_3 \quad Z_4 = R_x + jL_x\omega \quad ,$$

هناك علاقة بين ω والتردد f للمصدر حيث $\omega = 2\pi f$ وعند ائزان القنطرة يكون : $Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$

وبالتالي فان:

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1} \quad (2)$$

$$L_x = R_2 R_3 C_1 \quad (3)$$

خطوات العمل :

- 1 - وصل الدائرة الموضحة بالرسم السابق بدون توصيلها بمصدر الجهد .
- 2 - وبعد التأكد من سلامتها من مدرس المادة وصل الدائرة بالمصدر وابدأ بقيم صغيرة للجهد V_{in} لا تتجاوز 10V .
- 3 - غير من قيمة المقاومة R_2 عند قيمة محددة للمكثف C_1 إلى أن تحصل على جهد الجلفانومتر "G" يساوي صفر .
- 4 - احسب قيمة المقاومة الداخلية للملف مستخدماً القانون (2) وقيمة الحث الذاتي له L_x من القانون (3) .

$$R_x = \dots\dots\dots$$

$$L_x = \dots\dots\dots$$

- 5 - غير من قيمة المكثف C_1 وأعد الخطوات السابقة . ثم أوجد المقاومة والحث الذاتي للملف

$$R_x = \dots\dots\dots$$

$$L_x = \dots\dots\dots$$

- 6 - ما هو الخطأ القياسي لكل من المقاومة والملف :

$$\Delta R_x = \dots\dots\dots$$

$$\Delta L_x = \dots\dots\dots$$

- 7 - اكتب النتائج المتحصل عليها على الشكل التالي :

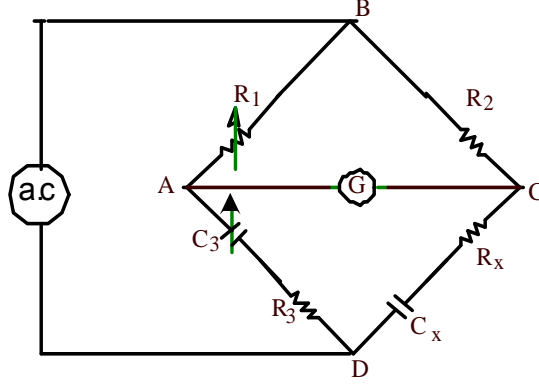
$$R_x = \dots\dots\dots \pm \dots\dots\dots$$

$$L_x = \dots\dots\dots \pm \dots\dots\dots$$

قياس سعة مكثف باستخدام قنطرة

نظرية التجربة : انظر التجربة رقم 14

الدائرة المستخدمة :



وتكون قيم المعاوقات لهذه القنطرة :

$$Z_1 = R_1 \quad , \quad Z_3 = R_3 + \frac{1}{jC_3 \omega}$$
$$Z_2 = R_2 \quad , \quad Z_4 = R_x + \frac{1}{jC_x \omega}$$

وعند اتزان القنطرة يكون $Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$ ومنها نحصل على :

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1} \quad (1)$$

$$C_x = \frac{R_1}{R_2} \times C_3 \quad (2)$$

خطوات العمل :

- 1 - وصل الدائرة الموضحة في الشكل السابق وذلك بدون توصيلها بمصدر الجهد
- 2 - وبعد التحقق من سلامتها من مدرّس المادة وصلها بالمصدر وابدأ بقيمة صغيرة للجهد لا تتجاوز 10V

3 - غير من قيمة المقاومة R_1 بتثبيت قيمة المكثف C_3 عند قيمة معينة إلى أن نحصل على اتزان في القنطرة أي أن جهد الجلفانوميتر (G) يعطي صفراً .

4 - احسب إذن قيمة المقاومة المجهولة R_x وقيمة المكثف C_x مستخدماً العلاقتين (1) و (2)

$$R_x = \dots\dots\dots$$

$$C_x = \dots\dots\dots$$

5 - غير قيمة المكثف C_3 إلى قيمة أخرى ثم أوجد الاتزان وأعد الخطوات السابقة ثم أوجد قيم أخرى للمقاومة المجهولة R_x والمكثف C_x :

$$R_x = \dots\dots\dots$$

$$C_x = \dots\dots\dots$$

6 - أوجد نسبة الخطأ لكل من R_x و C_x :

$$\Delta R_x = \dots\dots\dots$$

$$\Delta C_x = \dots\dots\dots$$

7 - اكتب نتائج على الشكل التالي :

$$R_x = \dots\dots\dots \pm \dots\dots\dots$$

$$C_x = \dots\dots\dots \pm \dots\dots\dots$$
