المحاضرة (٢)

أساليب الإحصاء الوصفي

مقاييس النزعة المركزية والتشتت

للبيانات المبوبة وغير المبوبة

Measures of Central Tendency مقاييس النزعة المركزية

- هي تلك القيم الوسطى التي توضح القيمة التي تتجمع حولها أكبر عدد من القيم.
- هي تلك الدرجة التي يمكن ان تعتبر ممثلة لكافة الدرجات الموجودة في تلك المجموعة.

- **لماذا مقاييس النزعة المركزية مهمة ؟!**
- عندما ننظر إلى الرقم المتوسط سنعرف الكثير عن خصائص هذه المجموعة .
- يمكننا أن نقارن بين المجموعات من حيث قوتها من خلال المقارنة بين المتوسطات بعضها ببعض.

أهم مقاييس النزعة المركزية

- الوسط الحسابي (المتوسط) - Mean
- الوسيط - Median
- المنوال - Mode

الوسط الحسابي – Mean

- يعرف بأنه: تلك القيمة التي إذا أعطيت لكل مفرد من مفردات الظاهرة لكان مجموع القيم الجديدة مساوياً للمجموع الفعلي للقيم الأصلية للظاهرة. و يسمى أيضاً (المتوسط الحسابي)، ويرمز له بالرمز ($\overline{\text{س}}$)
- وقانونه : مجموع القيم مقسوما على عددها.
- المزايا:
- أكثر مقاييس النزعة المركزية استقراراً و استخداما واسهلها.
- يدخل في حسابه جميع القيم دون اهمال أي قيمة.
- لا يتأثر بترتيب القيم.
- لا يشترط أن يكون عدداً صحيحاً ، لكن من المهم أن يكون بين أكبر قيمة وأقل قيمة.
- يعالج البيانات من المستوى الفئوي والنسبي فقط.
- يعتبر الأساس في أغلب الأساليب الاحصائية الأخرى.
- العيوب:
- يتأثر بالقيم المتطرفة وبالتالي يؤدي إلى عدم تمثيل المتوسط لواقع المعلومات.

قانون المتوسط

- المتوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$
- $\overline{\text{س}}$ = $\frac{\text{س}_1 + \text{س}_2 + \text{.......} + \text{س}_\text{ن}}{\text{ن}}$

حيث أن:

$\overline{\text{س}}$: ترمز للمتوسط ، س: ترمز للقيمة ، ن: ترمز لعدد القيم

مثال تطبيقي لحساب المتوسط للبيانات الغير مبوبة

- احسبي الوسط الحسابي إذا كانت درجات خمس طالبات في مقرر ما هي :
- ٩- ٢-٧-١٢-١٠ :
- المتوسط = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$

$$\frac{9+2+7+12+10}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

- إذن $\overline{\text{س}}$ = ٨

الوسيط - Median

- يعرف بأنه القيمة التي تقسم مجموعة القيم إلى مجموعتين متساويتين في العدد (٥٠% أعلى و ٥٠% أدنى). ويرمز له بالرمز(س)
- هو القيمة التي تقع في المنتصف.
- مهم جداً ترتيب القيم تصاعدياً أو تنازلياً قبل تحديد الوسيط
- المزايا:
- لا يتأثر بالقيم الشاذة أو المتطرفة.
- سهل حسابه .
- العيوب:
- لا يأخذ في الاعتبار كل القيم فهو يعتمد على قيمة أو قيمتين.

مثال تطبيقي لحساب الوسيط

- لإيجاد الوسيط يجب اتباع الآتي:
- ١- ترتيب البيانات تصاعديا أو تنازليا.
- ٢- نوجد موقع الوسيط بناء على (قانون القيم الفردية – القيم الزوجية).
- مثال (قيم فردية): احسبي قيمة الوسيط للدرجات التالية: (٨٠ – ٧٠ ـ ٩٠ـ ٥٠ـ ٦٠).
- الحل:
- نرتب القيم تصاعديا فتصبح:
- ٥٠ ـ ٦٠ ـ ٧٠ ـ ٨٠ ـ ٩٠
- الوسيط : س = ٧٠

إذا كان عدد القيم فردياً فإن الوسيط هو :القيمة التي تقع في المنتصف مباشرة.

أو يمكننا أن نجرب قانون(ن+١) ÷٢
حيث ن : عدد القيم
٥(+ ١) ÷٢ = ٣ الوسيط هو القيمة الثالثة في ترتيب القيم
إذاً س = ٧٠

• احسبي قيمة الوسيط للدرجات التالية: (قيم زوجية)

٥٠ ـ ٦٠ ـ ٧٠ ـ ٨٠ ـ ٩٠ـ ٤٥

إذا كان عدد القيم زوجياً فإن الوسيط هو «متوسط القيمتين» التي تقعان في منتصف السلسلة :
(ن ١+ ن ٢) ÷ ٢ = الوسيط

الحل:

- ترتيب الدرجات تصاعدياً أو تنازلياً :

٤٥ ـ ٥٠ ـ ٦٠ ـ ٧٠ ـ ٨٠ ـ ٩٠

- نحدد القيمتين التي بمنتصف السلسة :

٦٠ + ٧٠ ÷ ٢ = ٦٥

إذا : س = ٦٥

٦٥

٤٥ ـ ٥٠ ـ ٦٠ ـ ٧٠ ـ ٨٠ ـ ٩٠

المنوال Mode

- يعرف بأنه: القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها ، أو القيمة الأكثر شيوعاً ويرمز له بالرمز (م)، يسمى أحياناً «الشائع»

المزايا:

- أسرع في تحديده من الوسط والوسيط.
- يمكن استخدامه مع البيانات الكمية والنوعية .
- لا يتأثر بالقيم الشاذة .
- الوحيد من مقاييس النزعة المركزية الذي يمكن استخدامه مع المستوى الاسمي.

العيوب:

- لا يستخدم في حساب الأساليب الإحصائية الأخرى.
- قد يوجد اكثر من منوال أو لا يوجد منوال لمجموعة البيانات.

مثال تطبيقي لحساب المنوال (البيانات غير مبوبة)

- ٩ – ١٠- ١١-١٤-٩ – ٧ (المنوال = ٩)
- ٩-١٠-٩-١١-١٤-٧- ١١ (المنوال الاول = ٩ / المنوال الثاني = ١١)
- ٩-١٠-٩-١١-١٤-٧- ١١ -١١ (المنوال = ١١)
- ٧- ٥ – ٩- ١٢ – ١٤ – ١٩ (لا يوجد منوال)

حساب الوسط الحسابي – المنوال (البيانات المبوبة)

- في التوزيع التكراري التالي:

أ) احسبي ما يلي:

١- الوسط الحسابي

٢- المنوال

الفئات	٥-٩	١٠-١٤	١٥-١٩	٢٠-٢٤
التكرار	١	٢	٥	٢

• أ- لإيجاد المتوسط الحسابي نرسم الجدول التالي:

الفئة	التكرار	مركز الفئة	مركز الفئة × التكرار
٥- ٩	١	٧	٧
١٠-١٤	٢	١٢	٢٤
١٥-١٩	٥	١٧	٨٥
٢٠- ٢٤	٢	٢٢	٤٤
المجموع	١٠		١٦٠

* مركز الفئة =(بداية الفئة + نهاية الفئة) ÷ ٢

المتوسط الحسابي = مجموع (مركز الفئة ×التكرار) ÷ مجموع التكرارات

١٦٠÷ ١٠ = ١٦

* يقصد بالفئة = الفترة.

- ب- لإيجاد المنوال :

الفئة	التكرار
٥ـ ٩	١
١٠ـ١٤	٢
١٥ـ١٩	٥
٢٠ـ ٢٤	٢
المجموع	١٠

التكرار الذي قبله

الفئة المنوالية = الأكثر تكراراً

التكرار الذي بعده

قانون المنوال/ م = ل + $\frac{\text{ف١}}{\text{ف١+ف٢}}$ × س

حيث أن:
ل = الحد الأدنى للفئة المنوالية
ف١=تكرار الفئة المنوالية – تكرار الفئة التي قبله
ف٢: تكرار الفئة المنوالية – تكرار الفئة التي بعده
س = طول الفئة المنوالية

ل = ١٥
ف١= ٥ـ ٢ = ٣
ف٢= ٥ـ ٢= ٣
س= ١٩ـ١٥= ٤
م = ١٥ + $\frac{٣}{٣+٣}$ ×٤

م = ١٥+ (١٢÷٦) = ١٥+٢
م= ١٧

مقاييس التشتت

- كما تميل القيم إلى التمركز فإنها تميل إلى التشتت أو الانتشار..
- فمقاييس التشتت هي تلك المقاييس التي تعبر عن مدى تباعد القيم أو تقاربها في المجموعات التي يشملها البحث.

الدرجة التي تتجه بها البيانات الكمية للانتشار حول قيمة متوسطة (أحد مقاييس النزعة المركزية) تسمى تشتت البيانات

مثال توضيحي لمعنى التشتت

- إذا كان لدينا ٣ مجموعات من الطلاب، كل مجموعة مكونة من خمسة طلاب، وكانت لها الدرجات التالية (من ١٠ درجات) في أحد المقررات:

مجموعات وسطها الحسابي = ٥		
المجموعة الأولى	المجموعة الثانية	المجموعة الثالثة
٥-٥-٥-٥-٥	٣-٤-٥-٦-٧	١-٢-٥-٨-٩

المجموعة الأولى جميع القيم متساوية مع الوسط الحسابي – المجموعة الثانية تنتشر البيانات بقدر ما حول المتوسط الحسابي – المجموعة الثالثة تنتشر البيانات حول الوسط الحسابي بشكل اكبر !
بمعنى ليس فقط الوسط الحسابي كافياً لوصف البيانات ، فكما تميل البيانات الى التمركز فإنها تميل أيضاً للتشتت حول القيمة المركزية

مثال توضيحي ٢

هناك مجموعتان من الطلاب ، وكانت درجات المجموعة الأولى والثانية على النحو التالي:

إذا تم ايجاد الوسط الحسابي للمجموعة الأولى = ٧٢٨ ÷ ١٠ = ٧٢ درجة
إذا تم ايجاد الوسط الحسابي للمجموعة الثانية = ٧٢٨ ÷ ١٠ = ٧٢ درجة
الوسط الحسابي في المجموعتين متساويين ولكن المدى وتشتت البيانات مختلف تماما حيث تعتبر بيانات المجموعة الثانية أكثر تجانسا وتقارب بينما بيانات المجموعة الأولى متباعدة ومتشتتة

المجموعة الأولى	40	45	55	70	75	80	85	88	90	100
المجموعة الثانية	65	68	70	72	73	74	75	76	77	78

أهم مقاييس التشتت

- Rang المدى
- Variance التباين
- Standard Deviation الانحراف المعياري
- Coefficient of Variation معامل الاختلاف

المدى (R) Range

يعتبر من أسهل مقاييس التشتت للبيانات ويعرف بأنه: الفرق بين أعلى وأصغر قيمة في البيانات، فإذا كان المدى الخاص بالبيانات صغير يدل على تجانسها وتقاربها من بعضها لبعض وإذا كان عكس ذلك فهو يدل على تشتتها وتباعدها عن بعضها لبعض

المدى = أعلى قيمة ــ أدنى قيمة

المدى للمجموعة الأولى = ١٠٠ ــ ٤٠ = ٦٠

المدى للمجموعة الثانية = ٧٨ ــ ٦٥ = ١٣

نلاحظ في هذا المثال بأن المدى في المجموعة الثانية أكثر تجانسا وتقاربا حيث يساوي ١٣ بينما في المجموعة الأولى أكثر تشتتا وتباعدا حيث يساوي ٦٠ وهو قرابة خمسة أضعاف مدى المجموعة الثانية

المدى Range (R)

- المزايا:

- سهل الفهم والحساب
- من تطبيقاته العملية: الأحوال الجوية ، الجودة.

العيوب:

- تتأثر قيمته بالقيم الشاذة.
- أضعف مقاييس التشتت.
- يعتمد فقط على قيمتين.
- لا يمكن استخدامه مع البيانات النوعية.
- يقارن بين مجموعتين فقط .

طريقة حساب المدى للبيانات غير المبوبة

قانون المدى = أكبر قيمة – أقل قيمة

- مثال: من البيانات التالية الخاصة بدرجات الطالبات بدرجات الإحصاء و التقويم التربوي أوجدي المدى!

الاحصاء	٦٧	٦٩	٦٢	٦٨	٧٤
التقويم التربوي	٦٨	٧٨	٣٨	٩٨	٥٨

مدى الإحصاء	**٧٤ – ٦٢ = ١٢**
مدى التقويم التربوي	٩٨ – ٣٨ = ٦٠

* **يتبين لنا أن درجات الطالبات في الإحصاء أقل تشتت من درجات الطالبات في التقويم التربوي.**

طريقة حساب المدى للبيانات المبوبة

- المدى في البيانات المبوبة = القيمة الكبرى – القيمة الصغرى
- مثال: لدينا بيانات لدرجات الطلاب في اختبار ما، نريد حساب المدى !
- القيمة الكبرى= ٣٢ القيمة الصغرى= ٣
- المدى = ٣٢ – ٣ = ٢٩

الفئة	٣-٨	٩-١٤	١٥-٢٠	٢١-٢٦	٢٧-٣٢
التكرار	١٠	١٢	٨	٦	٣

التباين Variance

- يعرف بأنه: متوسط مربعات الانحرافات عن وسطها الحسابي ويرمز له بالرمز ($ع^2$)
- مقياس لانحراف القيم عن وسطها الحسابي.
- التباين : تربيع الانحراف المعياري.

- قانونه:

$$\text{التباين} = \frac{\text{مجموع (الدرجة – المتوسط)}^2}{\text{ن}}$$

الانحراف المعياري Standard Deviation

- يعتبر الانحراف المعياري أكثر استخداما لقياس تشتت البيانات، قيمة الانحراف المعياري تخبرنا عن مدى تشتت وانتشار البيانات حول الوسط الحسابي، فكلما كانت قيمة الانحراف المعياري متدنية دلت على أن قيم البيانات متقاربة في مداها حول الوسط الحسابي بينما لو كانت قيمة الانحراف المعياري عالية دلت على أن قيم البيانات متباعدة في مداها حول الوسط الحسابي .

يعرف بأنه: الجذر التربيعي لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي.

- هو الجذر التربيعي الموجب للتباين ويرمز له بالرمز (ع)
- الانحراف المعياري يمكن الحصول عليه بعد ايجاد قيمة التباين فهو يساوي الجذر التربيعي لقيمة التباين.
- الانحراف المعياري دائما قيمة موجبة ولا يمكن أن يكون قيمة سالبة.

- **قانونه :**

حيث أن:

ع = الانحراف المعياري

س = الدرجة

$\overline{\text{س}}$ = المتوسط

ن = عدد القيم

$$\text{ع} = \sqrt{\frac{\text{مجموع} \left(\text{س} - \overline{\text{س}} \right)^2}{\text{ن}}}$$

خطوات حساب الانحراف المعياري

- إيجاد القيم التي نريد حساب الانحراف المعياري لها.
- إيجاد قيمة المتوسط الحسابي للبيانات.
- طرح قيمة المتوسط الحسابي من كل درجة .
- تربيع القيم الناتجة من (طرح قيمة المتوسط الحسابي من كل درجة)
- جمع نواتج التربيع وقسمتها على عدد القيم = التباين
- وضع قيمة التباين في الجذر التربيعي لنحصل على قيمة الانحراف المعياري.

مثال لحساب التباين و الانحراف المعياري

- درجات طلاب بأحد الفصول في مقرر علم النفس كانت كالتالي :
- (١٠ – ١٢ – ٧- ٢- ٩) ، احسبي الانحراف المعياري :-
- الخطوة الأولى حساب المتوسط الحسابي : ٤٠ ÷ ٥ = ٨
- الخطوة الثانية رسم جدول

الدرجة	(الدرجة – المتوسط)	(الدرجة – المتوسط)^2
١٠	١٠ – ٨ = ٢	٤
١٢	١٢- ٨ = ٤	١٦
٧	٧- ٨ = -١	١
٢	٢- ٨ = - ٦	٣٦
٩	٩- ٨ = ١	١
		المجموع = ٥٨

- التباين : ٥٨ ÷ ٥ = ١١,٦
- الانحراف المعياري = $\sqrt{١١,٦}$ = ٣,٤

مزايا وعيوب الانحراف المعياري والتباين

المزايا:

- يعتمد على كل القيم في حسابه.
- يدخل في حساب كثير من الأساليب الإحصائية الأخرى.

العيوب:

- تتأثر قيمته بالقيم الشاذة .
- لا يمكن استخدامه مع البيانات النوعية.
- يعتبر أصعب في حسابه من المدى .

Coefficient of Variation معامل الاختلاف

- هو أحد مقاييس التشتت، وتقوم فكرته على قسمة الانحراف المعياري على الوسط الحسابي للقيم ثم ضربها في ١٠٠ ليتحول إلى نسبة مئوية.
- يرمز له بالرمز (C.V)
- قانونه:

$$\frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{المتوسط الحسابي}} \times ١٠٠$$

- قيمة معامل الاختلاف دلالة على قوة التشتت، وبينهما علاقة طردية ، فكلما زاد معامل الاختلاف دل على قوة تشتت كبيرة.

مثال تطبيقي لحساب معامل الاختلاف

مثال: قارني بين تشتت درجات كل من الطلاب والطالبات بقسم علم النفس، من البيانات التالية:

البيان	الطلاب	الطالبات
الوسط الحسابي	70	80
الانحراف المعياري	7	6

الحل: للمقارنة بين تشتت درجات كل من الطلاب والطالبات يتم حساب معامل الاختلاف لدرجات الطلاب ومعامل الاختلاف لدرجات الطالبات ثم المقارنة بينهما .

$$C.V = \frac{S}{\overline{X}}x100 = \frac{7}{70}x100 = 10\,\%$$

معامل الاختلاف لدرجات الطلاب:

م.خ = الانحراف ÷ المتوسط × ١٠٠ = ٧÷٧٠ × ١٠٠ = ١٠%

$$C.V = \frac{S}{\overline{X}}x100 = \frac{6}{80}x100 = 7.5\,\%$$

معامل الاختلاف لدرجات الطالبات:

م.خ = الانحراف ÷ المتوسط × ١٠٠ = ٦÷ ٨٠ × ١٠٠ = ٧,٥%

وتبين أن معامل الاختلاف لدرجات الطلاب أكبر من معامل الاختلاف لدرجات الطالبات وبالتالي درجات الطلاب أكثر تشتتا من درجات الطالبات.