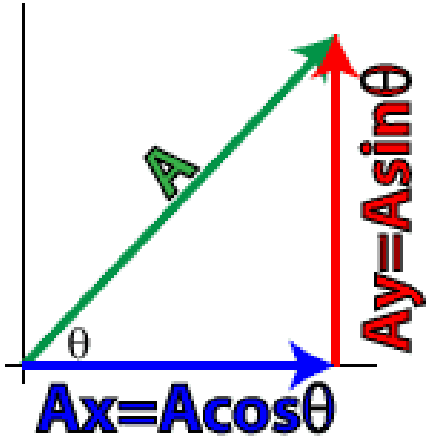
الفصل الأول

الكميات الفيزيائية وتحليل المتجهات

١-١١) مركبات المتجه

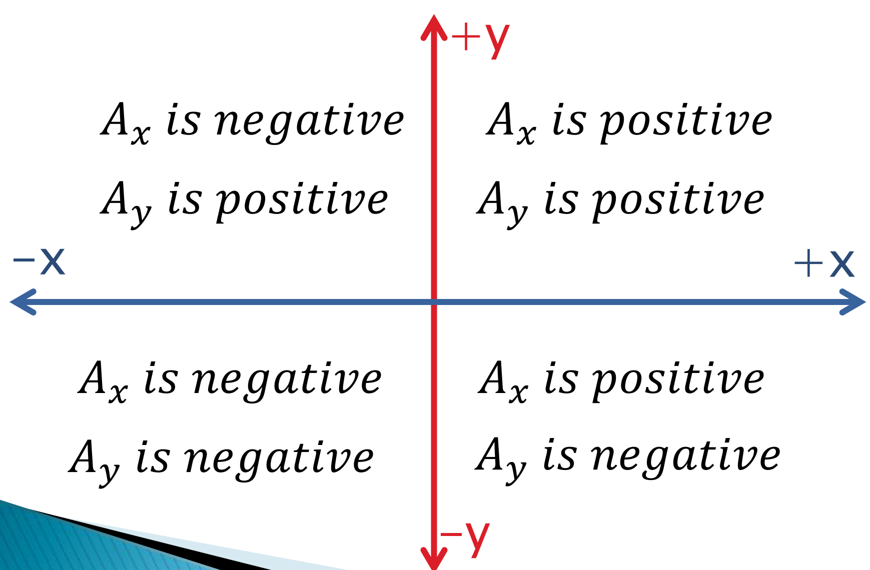


المركبة السينية: $\cos\theta = \frac{A_x}{A}$

المركبة الصادية: $\sin\theta = \frac{A_y}{A}$

زاوية الميل مع x: $\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$

مقدار المتجه: $A^2 = {A_x}^2 + {A_y}^2$



١-٢ ١) متجهات الوحدة

- يساعد متجه الوحدة في وصف اتجاه الكميات المتجهة ولتيسير تحليل المتجهات.
- يُعرف متجه الوحدة u_A ، والذي يشير في اتجاه **A**، كالتالي: $\hat{u}_A = \frac{\vec{A}}{|A|}$

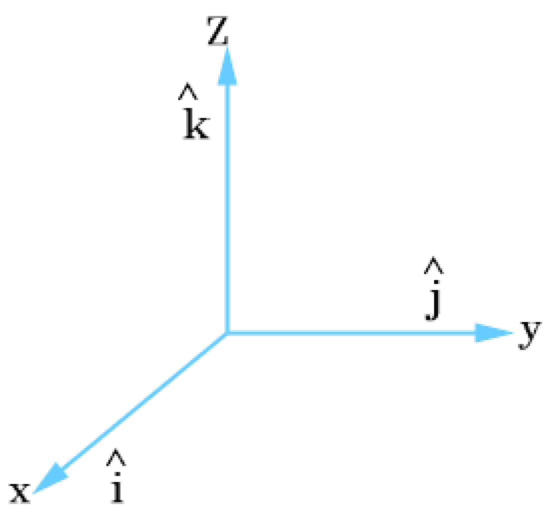
وله الخصائص التالية:

١- له اتجاه محدد.

٢- مقداره واحد.

٣- ليس له وحدة لأنه نسبة بين المتجه ومقداره.

متجهات الوحدة الأساسية:



١-١٢) متجهات الوحدة

باستخدام متجهات الوحدة يمكن كتابة أي متجه بدلالة مركباته. فإذا كان لدينا المتجهين **A** و **B** في المستوى xy، فإنه يمكن كتابتهما كالتالي:

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j}$$
$$\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j}$$

ومحصلتهما:

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$
$$\vec{R} = R_x\hat{i} + R_y\hat{j}$$
$$\vec{R} = (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j}$$

١-١٢) متجهات الوحدة

بحيث أن مركبات المحصلة هي:

$$R_x = A_x + B_x$$
$$R_y = A_y + B_y$$

ومقدار المحصلة:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2}$$

وزاوية ميلها عن المحور x:

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{A_y + B_y}{A_x + B_x}$$

١-١٣) ضرب المتجهات
١-١٣-١)ضرب متجه بكمية قياسية

يخضع ضرب المتجهات لقواعد خاصة سنوجزها في نقطتين:

١- الضرب في كمية قياسية:

حاصل ضرب متجه **A** بكمية قياسية a، هو كمية متجهة **aA** ومقدارها يساوي:

$$a|\vec{A}|$$

١-١٣) ضرب المتجهات
١-١٣-٢)ضرب متجه في متجه آخر

- **الضرب في متجه:** يوجد نوعان من ضرب المتجهات:

أ- الضرب القياسي: (نتيجته كمية **قياسية**)

تعريفه:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |A||B| \cos\theta$$

حيث θ هي الزاوية الصغرى المحصورة بين **A** و **B**

١-١٣) ضرب المتجهات

١-١٣-٢)ضرب متجه في متجه آخر

ويمكن حساب الضرب القياسي بدلالة مركبات المتجهين:

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = (A_x\hat{\mathbf{x}} + A_y\hat{\mathbf{y}} + A_z\hat{\mathbf{z}})\cdot(B_x\hat{\mathbf{x}} + B_y\hat{\mathbf{y}} + B_z\hat{\mathbf{z}})$$

$$= A_xB_x\hat{\mathbf{x}}\cdot\hat{\mathbf{x}} + A_xB_y\hat{\mathbf{x}}\cdot\hat{\mathbf{y}} + A_xB_z\hat{\mathbf{x}}\cdot\hat{\mathbf{z}}$$

$$+ A_yB_x\hat{\mathbf{y}}\cdot\hat{\mathbf{x}} + A_yB_y\hat{\mathbf{y}}\cdot\hat{\mathbf{y}} + A_yB_z\hat{\mathbf{y}}\cdot\hat{\mathbf{z}}$$

$$+ A_zB_x\hat{\mathbf{z}}\cdot\hat{\mathbf{x}} + A_zB_y\hat{\mathbf{z}}\cdot\hat{\mathbf{y}} + A_zB_z\hat{\mathbf{z}}\cdot\hat{\mathbf{z}}$$

$$\boxed{\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z}$$

علمًا بأن:

$$\hat{\mathbf{i}}\circ\hat{\mathbf{j}} = 0$$

$$\hat{\mathbf{i}}\circ\hat{\mathbf{k}} = 0 \qquad \mathbf{i.i = j.j = k.k = 1}$$

$$\hat{\mathbf{j}}\circ\hat{\mathbf{k}} = 0$$

١-١٣) ضرب المتجهات
١-١٣-٢)ضرب متجه في متجه آخر

ب- الضرب الاتجاهي: (نتيجته كمية **متجهة**)

تعريفه:

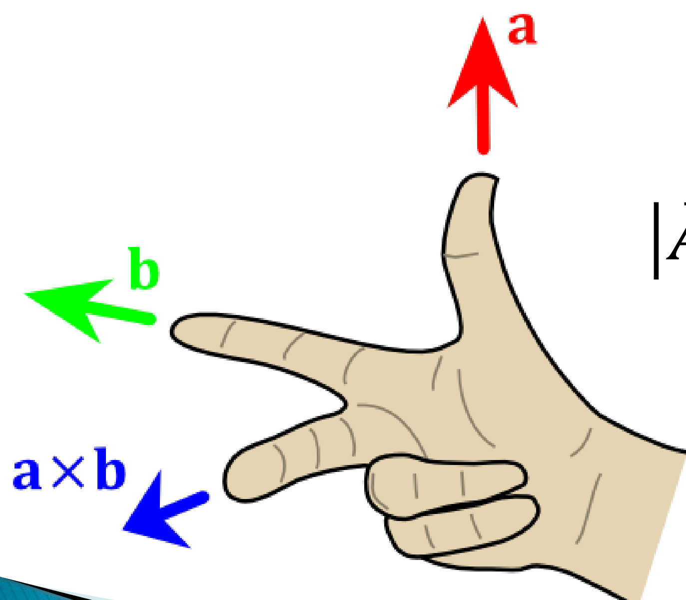
$$\vec{A} \times \vec{B} = |A||B|\sin\theta\,\hat{n}$$

حيث $\hat{n}$ هو متجه وحدة متجه وحدة متعامد مع كلا المتجهين **A** و**B**

و θ هي الزاوية الصغرى المحصورة بين **A** و **B**

ويمكن حساب مقدار الضرب الاتجاهي كالتالي:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |A||B|\sin\theta$$



أما اتجاهه فيمكن تحديده بقاعدة اليد اليمنى ←

١-١٣) ضرب المتجهات
١-١٣-٢)ضرب متجه في متجه آخر

ويمكن حساب الضرب الاتجاهي بدلالة مركبات المتجهين كالتالي:

$$\mathbf{A} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$$

$$\mathbf{B} = b_1\mathbf{i} + b_2\mathbf{j} + b_3\mathbf{k}$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \det\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = \mathbf{i}(a_2b_3 - a_3b_2) + \mathbf{j}(a_3b_1 - a_1b_3) + \mathbf{k}(a_1b_2 - a_2b_1)$$

مع ملاحظة:

$$\hat{i} \times \hat{j} = -\hat{j} \times \hat{i} = \hat{k}$$

$$\hat{j} \times \hat{k} = -\hat{k} \times \hat{j} = \hat{i}$$

$$\hat{k} \times \hat{i} = -\hat{i} \times \hat{k} = \hat{j}$$

$$\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$$

١-١٣) ضرب المتجهات

١-١٣-٢)ضرب متجه في متجه آخر

ملاحظة هامة:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

١-١٥) حل أمثلة صفحة ٣٣

الأرقام ١-٤ و ٨-١٥

١-١٦) مسائل صفحة ٤٥

الأرقام: ١، ٢، ٤، ٧، ٨، ١٢، ١٤، ١٥، ٢٠، ٢٥، ٢٧، ٢٨