## إصلاح الإختبار الفصلي الثاني، الفصل الأول 1438 − 1439 هـ 244 ريض

### السؤال الأول

(١). لتكن المصفوفة $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ بحيث تكون أعمدتها إحداثيات المتجهات $v_1, v_2, v_3$

المصفوفة $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ هي صيغة درجية صفية للمصفوفة $A$.

و بالتالي بعد الفضاء العمودي للمصفوفة هو بعد الفضاء المولد بالمجموعة $\{v_1, v_2, v_3\}$ و هو 3.

إذاً المجموعة $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ مستقلة خطيا

(٢). لتكن المصفوفة $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ بحيث تكون أعمدتها إحداثيات المتجهات $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5$

المصفوفة $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 13 \end{pmatrix}$ هي صيغة درجية صفية للمصفوفة $A$.

و بالتالي بعد الفضاء العمودي للمصفوفة و هو الفضاء المولد بالمجموعة $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ هو 4.

إذاً المجموعة $C = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ مولدة للفضاء $\mathbb{R}^4$

### السؤال الثاني

(١). لتكن المصفوفة $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ -2 & 4 & -1 & -3 \\ 3 & -6 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ بحيث تكون أعمدتها إحداثيات المتجهات $u_1, u_2, u_3, u_4$

المصفوفة $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ هي صيغة درجية صفية للمصفوفة $A$.
و بالتالي $\{(1,1,-2,3),(0,1,-1,2)\}$ هو أساس للفضاء.

(٢). $u = (a-2b, 3a+b, a) = a(1,3,1) + b(-2,1,0)$ و بالتالي المجموعة $\{(1,3,1),(-2,1,0)\}$ هي مولدة للفضاء الجزئي $E$
إذا كان $x(1,3,1) + y(-2,1,0) = (0,0,0)$
فإن $x = y = 0$ و بالتالي المجموعة $\{(1,3,1),(-2,1,0)\}$ هي أساس للفضاء الجزئي $E$

**السؤال الثالث**

(١). المصفوفة $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ هي الصيغة الدرجية الصفية المختزلة للمصفوفة $A$.
و بالتالي $\{(1,5,1,5),(1,-1,1,0),(2,4,1,5)\}$ هو أساس للفضاء العمودي للمصفوفة $A$

(٢). رتبة المصفوفة $A$ هي $3$ و صفرية المصفوفة $A$ هي $3$

**السؤال الرابع**

(١). $u_1 = (-1,-1,1), u_2 = (1,-1,-1), u_3 = (-3,1,4)$.
إذا كان $S$ هو الأساس المعتاد في $\mathbb{R}^3$ فإن

$${}_SP_C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -3 \\ -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix} \text{ وبالتالي } [v]_C = {}_CP_S[v]_S$$

بما أن $${}_CP_S = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -3 & -1 & -2 \\ 5 & -1 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ فإن } [v]_C = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

$$[v]_B = {}_BP_C[v]_C = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

**السؤال الخامس**

(١). $\langle u,v\rangle = 4$ ،$\|u\|^2 = 13$ ،$\|v\|^2 = 18$
**و بالتالي** $\cos\theta = \dfrac{4}{3\sqrt{132}}$

(٢). $\|v_1\|^2 = 3$ ،$u_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,0)$ ،$\langle v_2,u_1\rangle = \sqrt{3}$ ،
$v_2 - \sqrt{3}u_1 = (0,0,-3)$ ، **و بالتالي** $u_2 = \frac{1}{2}(0,0,-1)$
و $\{\frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,0), \frac{1}{2}(0,0,-1)\}$ **هو أساس عياري متعامد للفضاء الجزئي المولد بالمجموعة** $\{v_1 = (1,1,0), v_2 = (1,1,-3)\}$.