

اختبار فصلي I 333 إحص

الفصل الثاني 1433/32

الزمن ساعة ونصف

جامعة الملك سعود

كلية العلوم

قسم الإحصاء و بحوث العمليات

السؤال الأول:

ورد في تقرير لإحدى اللجان الإستشارية بأحد المجالس البلدية أن أكثر من 70% من سكان حي معين يوافقون على مقترح بناء مواقف للسيارات بدلاً من إنشاء حديقة عامة. أخذت عينة عشوائية من سكان الحي حجمها 155 فرداً، وافق على المشروع 110 فرداً من العينة ، وعارضه 40 فرداً، ولم يبد الباقيون لا موافقة ولا اعتراضاً. فأجب على ما يلي:

- (1) إختبر عند مستوى معنوي $\alpha = 0.08$ صحة التقرير.
- (2) أذكر فروض الاختبار السابق.
- (3) أوجد $\hat{\alpha}$ لهذا الاختبار.
- (4) أوجد 95% حدود ثقة لنسبة الموافقين على المشروع.

السؤال الثاني:

أختيرت عينة عشوائية من سبعة عشر طالباً في امتحان مادة اللغة الإنجليزية بإحدى المدارس نجح منهم سبعة.

- (1) ما هي فروض اختبار أن نسبة النجاح في هذه المادة بهذه المدرسة تختلف عن 65%.
- (2) إختبر ذلك عند $\alpha = 0.06$.
- (3) أوجد $\hat{\alpha}$ لهذا الاختبار.
- (4) أوجد 90% حدود ثقة لنسبة النجاح في هذه المادة بهذه المدرسة.

إنتهى

السؤال الأول :

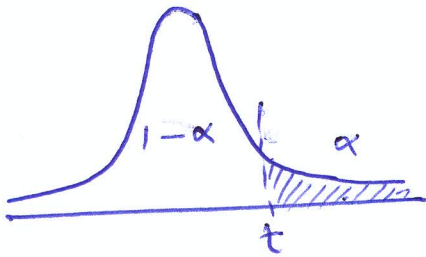
$$n = 155, T = 0, = 110$$

$$H_0: p \leq 0.7 \text{ (معلم, معلم)}$$

$$H_1: p > 0.7 \text{ (معلم, معلم)}$$

معلم, معلم

$$\alpha = 0.08$$



باستخدام Minitab
دو معلم (n=155, p=0.7)

$$P(Y \leq t) = 1 - \alpha$$

$$P(Y \leq 116) = 0.921481$$

$$T = 110 < t = 116$$

معلم: $T < t \Rightarrow$ تقبل H_0 (معلم, معلم)

نسبة المعلمين يوافقون المعلم 1.70

$$1 - 0.9215 = 0.0785 \text{ : نسبة } \alpha \text{ (معلم)}$$

$$P(Y \leq T) = 1 - \hat{\alpha} \text{ (معلم, معلم)}$$

$$P(Y \leq 110) = 0.633 \Rightarrow \hat{\alpha} = 0.367$$

95% معلم نسبة (معلم, معلم) : $n > 20$

$$L = \frac{Y}{n} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{Y(n-Y)}{n^3}} = \frac{110}{155} - 1.96 \sqrt{\frac{110(45)}{155^3}}$$

$$U = \frac{Y}{n} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{Y(n-Y)}{n^3}} = \frac{110}{155} + 1.96 \sqrt{\frac{110(45)}{155^3}}$$

$n = 17$

$T = 0.7$

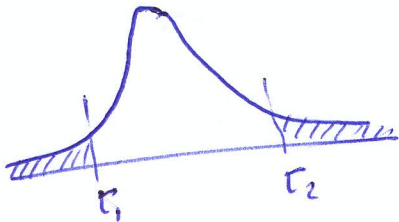
اختير: نسبة النجاح مختلف من 0.65

$H_0: p = 0.65$

$H_1: p \neq 0.65$

مادة الاختبار:

$\alpha = 0.06$



$P(Y \leq t_1) = \frac{\alpha}{2}$

$P(Y \leq 6) = 0.012$

$\alpha_1 = 0.012$

$P(Y \geq t_2) = \frac{\alpha}{2}$

$P(Y < t_2) = 1 - \frac{\alpha}{2}$

$P(Y < 15) = 0.993$

$\alpha_2 = 0.007$

نسبة α انصاف :
 $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$
 $= 0.012 + 0.007 = 0.019$

$T > t_1 \text{ or } T < t_2$

تقبل H_0 لم \leftarrow نسبة النجاح 0.65

قيمة $\hat{\alpha}$ (المؤشر) (أقل مؤشور) H_0

$P(Y \leq T) = \frac{\hat{\alpha}}{2}$

$P(Y \leq 7) = 0.038$

$\Rightarrow \hat{\alpha} = 0.076$

90% نزلة ثقة للنسبة p \leftarrow $\alpha = 0.1, \frac{\alpha}{2} = 0.05, n \leq 20$

$L = \frac{Y}{Y + (n - Y + 1) F_{\frac{\alpha}{2}, 2(n - Y + 1), 2Y}} = \frac{7}{7 + 11 F_{0.05, 22, 14}}$

$U = 1 - \frac{n - Y}{n - Y + (Y + 1) F_{\frac{\alpha}{2}, 2(Y + 1), 2(n - Y)}}$

$= 1 - \frac{10}{10 + 8 F_{0.05, 16, 20}} = 0.45945$

0.460258

اختبار فصلي I 435 إحص

الفصل الأول 1433/32

الزمن ساعة ونصف

جامعة الملك سعود

كلية العلوم

قسم الإحصاء و بحوث العمليات

السؤال الأول:

قامت إحدى الشركات بتقويم أداها بعد مرور سنتين على إدارتها. إختارت 580 موظفاً فيها عشوائياً. أجاب 375 منهم بأن أداء الشركة أفضل. وأجاب الباقيون بأن الأداء أسوأ.

(1) إختبر عند مستوى معنوي $\alpha = 0.03$ أن أكثر من 60% يقولون بأن أداء الشركة أفضل.

(2) أوجد $\hat{\alpha}$.

(3) أوجد 95% حدود ثقة لنسبة القائلين بأداء أفضل.

السؤال الثاني:

تريد إحدى المدارس إختبار أداء خريجها. إختارت عينة عشوائية من خريجها فوجدت معدل درجاتهم كما يلي:

66	95	51	93	81	87	85	88	90	71
86	99	89	79	96	91	84	86	87	92

(1) إختبر عند $\alpha = 0.04$ أن الربع الأعلى من درجات الخريجين يساوي 85 درجة.

(2) أوجد 90% حدود ثقة للربع الأعلى لدرجات الخريجين.

(3) أوجد فترة الثقة الحقيقية في (2).

إنتهى

السؤال الأول :

$$n = 580, T = 0_1 = 375$$

① اختبر عند مستوى معوية $\alpha = 0.03$ $\hat{p} \approx 0.60$ يقول بأنه
أداء الشركة أفضل .

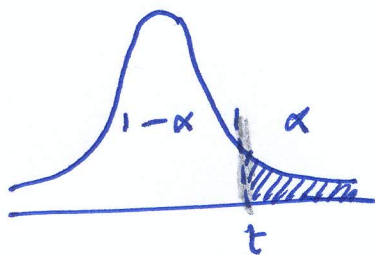
ماو لا خيار :
(اختبار ذو جانب أيسر)
 $H_0: p \leq 0.6$ فرض عدم
 $H_1: p > 0.6$ الفرض البديل

نموذج تحت t مع توزيع ذو الحدين $p = 0.6$ $n = 580$

$$P(Y \leq t) = 1 - \alpha$$

$$P(Y \leq 370) = 0.9723$$

$$|t = 370|$$



بما أن $T > 370 \ll$ نقف على 1- α
أي أنه $\hat{p} \approx 0.60$ يقول بأنه أداء الشركة أفضل

$$P(Y \leq T) = 1 - \hat{\alpha} \quad \text{②} \quad \hat{\alpha} :$$

$$P(Y \leq 375) = 0.9905 \Rightarrow \hat{\alpha} = 0.009509$$

$$95\% \text{ فترة ثقة لا متساوية } n > 20 \quad \text{③}$$

$$L = \frac{Y}{n} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{Y(n-Y)/n^3} = \frac{375}{580} - 1.96 \sqrt{\frac{375(580-375)}{(580)^3}}$$

$$U = \frac{Y}{n} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{Y(n-Y)/n^3} = \frac{375}{580} + 1.96 \sqrt{\frac{375(580-375)}{(580)^3}}$$

$$p \in [0.6076, 0.6855]$$

السؤال الثاني :

① اختبار الجهد (ذو جانبيين)

$H_0: P(X \leq 85) = 0.75$: حاد، لا اختبار

$H_1: P(X \leq 85) \neq 0.75$

نموذج T_1, T_2 ~ توزيع ذو الحدين

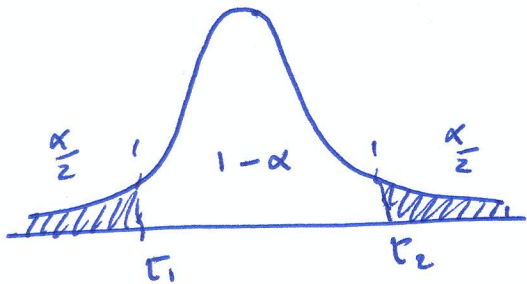
$P(Y \leq T_1) = \frac{\alpha}{2}$

$P(Y \leq 10) = 0.0139$

$P(Y \leq T_2) = 1 - \frac{\alpha}{2}$

$P(Y \leq 19) = 0.9968$

$n=20$
 $P=0.75$



$T_1 = T$

(عدد، لا اختبار) $(85 \geq 85)$

$T_2 = 6$

(عدد، لا اختبار) $(85 > 85)$

رفض H_0 ، لحد T_1 حيث أن $T_1 < T_1$

الربع، لا كل للدرجات لا، $\underline{85}$

② 90% ثقة للربع، لا كل للدرجات : $(n \leq 20)$

بعد ترتيب البيانات :

51, 66, 71, 79, 81, 84, 85, 86, 86, 87, 87, 88, 89,

90, 91, 92, 93, 95, 96, 99

$(1 - \alpha/2)$

$(\alpha/2)$

$r = 10 + 1 = 11$

$s = 19 + 1 = 20$

$X^{(r)} \leq x_{p*} \leq X^{(s)}$

$x_{p*} \in [87, 99]$

اختبار فصلي II 333 إحص

الفصل الثاني 1433/32

الزمن ساعة ونصف

جامعة الملك سعود

كلية العلوم

قسم الإحصاء و بحوث العمليات

السؤال الأول:

قامت إحدى الشركات بدراسة صافي أرباحها الشهرية خلال الفترة الماضية (35 شهراً)، فوجدتها
بآلاف الدولارات كما يلي:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
30	31	29	33	32	29	35	37	31	36	39	37	45	25	34	32	23	20
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	
26	34	28	40	28	27	32	43	29	34	36	35	44	22	37	31	18	

(1) إختبر عند مستوى معنوي $\alpha = 0.045$ وجود اتجاه لهذه البيانات.

(2) أوجد $\hat{\alpha}$ لهذا الاختبار.

(3) اوجد مستوى المعنوية الفعلي α لهذا الاختبار.

(4) أوجد 95% حدود ثقة لاحتمال وجود اتجاه لهذه البيانات .

السؤال الثاني:

أختيرت عينة عشوائية من 53 طالباً لدراسة تفضيلهم أحد منتجين A أو B قبل وبعد
تعرضهم لحملة مكثفة من الدعاية. فكانت بياناتهم كما يلي :

	بعد		
	A	B	
قبل			
A	15	13	28
B	5	20	25
	20	33	53

إختبر عند $\alpha = 0.1$ ، وجود تغيير في تفضيل هذه العينة.

إنتهى

السؤال الأول:

اختبار كوكس-ستوارت: (درجه بنیم)

لا يوجد اتجاه عام لهذه البيانات H_0 : H_0 عام، عدم

وجود اتجاه عام للبيانات H_1 : H_1 عام، لا يوجد

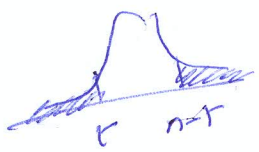
$$\alpha = 0.045, \quad n' = 35 \Rightarrow c = \frac{n' + 1}{2} = 18$$

$$+ \quad X_i < X_{i+c}$$

$$(X_1, X_9), (X_2, X_{20}), \dots$$

$$- \quad X_i > X_{i+c}$$

$$(X_{17}, X_{35})$$



$$T = 4$$

لا يوجد اتجاه عام:

نقوم بإيجاد قيمة t من توزيع زد كوكس: $p = 0.5, n = 17$

$$P(Y \leq t) = \left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$P(Y \leq 3) = 0.0064 \Rightarrow r = 3 \Rightarrow n - r = 14$$

$$T > r \text{ و } T < n - r \text{ فيكون أنه}$$

① نقبل H_0 عدم اتجاه عام لهذه البيانات \Leftarrow

$$\alpha_1 = 0.0064$$

$$\alpha_2 = 0.0064$$

$$\alpha = 0.0128$$

③ إيجاد مستوى المعنوية، العنصر α

$$P(Y \leq n - r) = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

$$P(Y \leq 13) = 0.9936$$

② مستوى المعنوية $\hat{\alpha}$

$$P(Y \leq T) = \frac{\hat{\alpha}}{2}$$

$$P(Y \leq 4) = 0.0245 \Rightarrow \hat{\alpha} = 0.049$$

④ 95% من، ثقة لا احتمال، وجود اتجاه عام لهذه البيانات: $(n \leq 20)$

$$L = \frac{Y}{Y + (n - Y + 1) F_{\frac{\alpha}{2}, 2(n - Y + 1), 2Y}} = \frac{4}{4 + 14 F_{0.025, 28, 8}}$$

$$U = 1 - \frac{n - Y}{n - Y + (Y + 1) F_{\frac{\alpha}{2}, 2(Y + 1), 2(n - Y)}} = 1 - \frac{13}{13 + 5 F_{0.025, 10, 26}}$$

السؤال الثاني:

بـ، جـ

قبل الجدل

	A	B	
A	(a) 15	(b) 13	28
B	(c) 5	(d) 20	25
	20	33	53

$$n = b + c = 18 \leq \underline{\underline{20}}$$

$$H_0: b = c$$

$$H_1: b \neq c$$

$$\underline{\underline{T = b = 13}}$$

$$P(T \leq t) = \frac{\alpha}{2}$$

$$\underline{\underline{P(T \leq 5) = 0.048}}$$

$$\underline{\underline{c = 5}} \Rightarrow \underline{\underline{n - T = 13}}$$

مبدأ

بـ، جـ $T \geq n - T$
 $b \neq c \leftarrow$
 (مبدأ) قبل الجدل

جامعة الملك سعود

اختبار فصلي II 435 إحص

كلية العلوم

الفصل الثاني 1433/32

قسم الإحصاء و بحوث العمليات

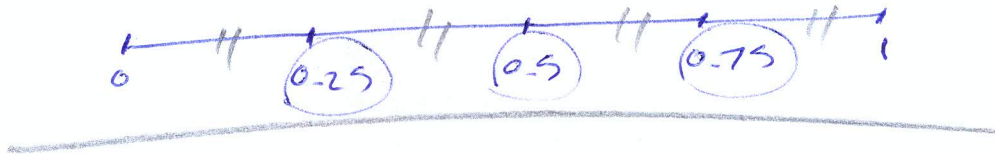
الزمن ساعة ونصف

إختبر عند مستوى معنوي $\alpha = 0.05$ باستخدام اختبار كلمجروف سميرنوف أن البيانات التالية تتبع توزيع كاي تربيع بدرجة حرية 11.

7.21	5.74	5.48	5.87	6.40	12.14	18.23	9.93	11.02
13.42	6.27	9.37	4.88	4.85	12.84	11.51	8.84	21.41
3.01	14.05	10.95	8.10	14.79	5.95	6.02	15.82	10.11
7.06	7.40	15.30	7.07	6.48	7.73	3.89	7.74	10.13

إنتهى

4 م



5 م



Table 13 RANDOM NORMAL DEVIATES^a

2.87	-.59	-.08	.74	.45	-.33	.70	-.76
-.51	1.13	-.71	1.14	-.84	-.31	-.72	-1.00
-.13	-.52	-.62	1.14	1.50	1.40	1.03	.57
-.35	-1.81	-.09	-.87	-.97	2.56	-1.18	1.09
-2.31	1.81	1.49	1.00	-1.00	.38	-.55	-1.65
-.18	.95	-.10	.67	.76	.21	1.61	-1.02
-2.50	-.73	.52	-1.37	1.64	.53	-.60	-.22
-.32	.41	.52	1.08	-.59	-.53	-1.32	-.35
.45	-1.78	.77	-.37	-.94	.37	2.83	1.01
.82	-.16	-.05	-.18	-1.06	1.30	.84	.51
-.12	.05	-1.42	1.49	.79	1.05	-.11	-.25
1.11	-.82	-.67	1.16	.78	1.88	1.13	1.65
.94	-.15	-1.25	2.76	.05	-.75	-.68	.56
-1.09	-1.31	-.77	-1.31	.35	-.27	.88	1.88
.73	-.68	-.44	.65	-.38	-.68	.63	-.92
.09	.57	1.33	-.35	1.64	1.28	.42	-2.08
.64	-.65	.93	-.19	-1.25	.07	1.01	.63
-1.55	-1.40	.43	-.12	-.67	1.29	1.26	2.35
-.31	-.35	-.28	.20	-.83	.76	-.24	-2.01
-.30	-.55	1.61	-.24	1.37	.32	-.96	.63

For more random normal deviates, see the table of 100,000 random normal deviates furnished by the Rand Corporation (1955).

^a The entries in this table are computer-generated numbers, which resemble observations on independent random variables having the standard normal distribution.

Table 14 QUANTILES OF THE KOLMOGOROV TEST STATISTIC^a

One-Sided Test											
	$p = .90$					$p = .80$					
	.90	.95	.975	.99	.995	.99	.995	.99	.995	.995	
Two-Sided Test											
	$p = .90$					$p = .80$.99
$n = 1$.900	.950	.975	.990	.995	.99	.995	.99	.995	.99	
2	.684	.776	.842	.900	.929	.92	.921	.253	.281	.314	
3	.565	.636	.708	.785	.829	.23	.216	.247	.275	.307	
4	.493	.565	.624	.689	.734	24	.212	.242	.269	.301	
5	.447	.509	.563	.627	.669	25	.208	.238	.264	.295	
6	.410	.468	.519	.577	.617	26	.204	.233	.259	.290	
7	.381	.436	.483	.538	.576	27	.200	.229	.254	.284	
8	.358	.410	.454	.507	.542	28	.197	.225	.250	.279	
9	.339	.387	.430	.480	.513	29	.193	.221	.246	.275	
10	.323	.369	.409	.457	.489	30	.190	.218	.242	.270	
11	.308	.352	.391	.437	.468	31	.187	.214	.238	.266	
12	.296	.338	.375	.419	.449	32	.184	.211	.234	.262	
13	.285	.325	.361	.404	.432	33	.182	.208	.231	.258	
14	.275	.314	.349	.390	.418	34	.179	.205	.227	.254	
15	.266	.304	.338	.377	.404	35	.177	.202	.224	.251	
16	.258	.295	.327	.366	.392	36	.174	.199	.221	.247	
17	.250	.286	.318	.355	.381	37	.172	.196	.218	.244	
18	.244	.279	.309	.346	.371	38	.170	.194	.215	.241	
19	.237	.271	.301	.337	.361	39	.168	.191	.213	.238	
20	.232	.265	.294	.329	.352	40	.165	.189	.210	.235	
Approximation for $n \geq 40$											
	$\frac{1}{\sqrt{n}}$					$\frac{1}{\sqrt{n}}$					$\frac{1}{\sqrt{n}}$
	1.07					1.22					1.52
	$\frac{1}{\sqrt{n}}$					$\frac{1}{\sqrt{n}}$					$\frac{1}{\sqrt{n}}$
	.681					.681					.681

SOURCE. Adapted from Table I of Miller (1956).

^a The entries in this table are selected quantiles w_p of the Kolmogorov test statistics T_1 , T_1^+ , and T_1^- as defined by (6.1.1) for two-sided tests and by (6.1.2) and (6.1.3) for one-sided tests. Reject H_0 at the level α if T exceeds the $1 - \alpha$ quantile given in this table. These quantiles are exact for $n \leq 20$ in the two-tailed test. The other quantiles are approximations which are equal to the exact quantiles in most cases.

MinTab

① ترتیب، لیست بعد از دیتاها را

data → sort →

Column C1
sort by C1

original column.

4/36 ✓

② در دیتاها C2

0 - 0.25
0.25 - 0.5
0.5 - 0.75
0.75 - 1

الاصلاح

0.25
0.5
0.75

Calc. → prob. distributions ③

→ chi-square df=11

→ inverse cumulative input column C2
storage C3

C3

7.58
10.34
13.7

④

الاصلاح	①	②	③	④	المجموع
0	16	8	6	6	36
1	9	9	9	9	36

⑤

⑥ بعد از توزیع، الاصلاحات للقيم المتوقعة

0	0.44	0.22	0.17	0.17	①
1	0.25	0.25	0.25	0.25	①

⑦ جدول التوزيع التامس للبيانات، القيمة الحرجة:

البيانات	$F(x)$	0.44	0.66	0.83	1
البيانات الحرجة	$S(x)$	0.25	0.5	0.75	1
$ F(x) - S(x) $		0.19	0.16	0.08	0

القيمة الحرجة: $D_0 = \max |F(x) - S(x)|$

$$= \underline{\underline{0.19}}$$

⑧ $\alpha = 0.05$ مستوى دلالة
 $D_{\alpha, N} = \underline{\underline{0.221}}$
 $N = \underline{\underline{36}}$

$$D_0 < D_{\alpha, N}$$

لا نستطيع رفض H_0
 البيانات تتبع التوزيع التامس