

عملي ٢: تحقيق قوانين كبلر

الهدف

تحقيق قوانين كبلر باستخدام مدار مركبة فضائية تدور حول القمر، وإيجاد كتلة قمر.

مقدمة

تنص قوانين كبلر على:

- ١- مدار كل كوكب حول الشمس قطع ناقص، تقع الشمس في مستوى المدار وفي أحد بؤرتيه.
 - ٢- الخط الواصل بين أي كوكب والشمس يرسم مساحات متساوية في الفضاء في أزمنة متساوية.
 - ٣- مربع مدة دورة الكوكب حول الشمس تتناسب طردياً مع مكعب نصف طول المحور الأكبر لمدار الكوكب. أي أن:
- $$P^2 \propto a^3 \quad (1)$$

وعندما نختار السنة النجمية وحدة لمدة دوران الكوكب حول الشمس، والوحدة الفلكية وحدة لطول محور الأكبر لمدار الكوكب، فإن المعادلة السابقة ستؤول إلى:

$$P^2 = a^3 \quad (2)$$

عمم نيوتن هذه القوانين لدوران جسم حول جسم آخر ليصبح قانون كبلر الثالث على الصيغة:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G} \frac{a^3}{(m + M)} \quad (3)$$

حيث أن:

M , m كتلة الجسمين. G ثابت الجذب العام ويساوي: $6.668 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ sec}^{-2}$
إذا كانت كتلة أحد الجسمين صغيرة جداً بالنسبة لكتلة الآخر فيمكن إهمالها أي أن:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G} \frac{a^3}{m} \quad (4)$$

إذا قسنا الكتلة هنا بالنسبة لكتلة الشمس و P بالسنوات النجمية و a بالوحدات الفلكية فإن المقدار $\frac{4\pi^2}{G}$ يساوي واحد (تحقق من ذلك) أي أن:

$$P^2 = \frac{a^3}{m} \quad (5)$$

الخطوات

أطلقت مركبة الفضاء Explorer 35 في ١٩ يوليو ١٩٦٧م ووصلت إلى مدارها الإهليلجي حول القمر في ٢٢ يوليو. كان الغرض من هذه المركبة هو قياس الأشعة السينية الشمسية والجسيمات القوية والرياح الشمسية في فضاء ما بين الكواكب وتفاعلها مع القمر وكذلك الخواص المغناطيسية للقمر. الجدول المرفق يحوي عينة من معلومات عن موقع المركبة

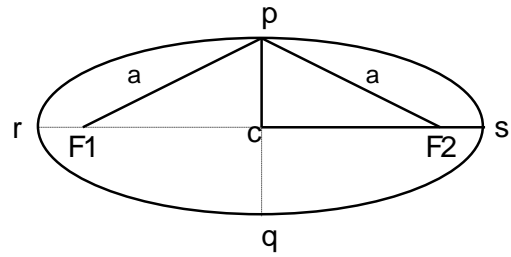
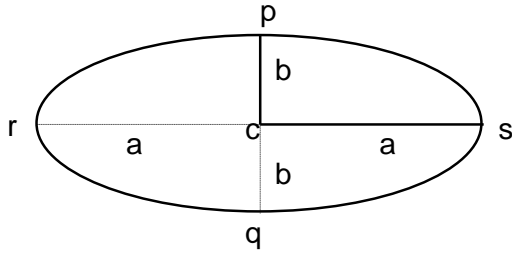
في مدارها بالنسبة لمركز القمر. الفرق الزمني بين كل معلومة ٣٠ دقيقة. ووحدة هذه البيانات ممثلة في الرسم المرفق وعليه حدد التالي:

(١) حدد المحور الأصغر للمدار وليكن pq ، وهو المنصف العمودي للمحور الأكبر. (يمكنك استخدام طريقة الطي للتحديد).

(٢) حدد مركز القطع C وهو تقاطع المحورين. ثم قس طول نصف المحور الأكبر وليكن a .

(٣) حدد البؤرتين F_1 و F_2 باستخدام المعلومة $pF_1 = pF_2 = a$.

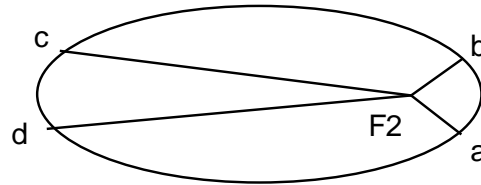
(٤) قس طول البعدين الحضيضي r_p والأوجي r_a . ثم جد قيمتهما بالكيلومتر والوحدة الفلكية.



(٥) احسب اهليلجية (تفلطح) المدار e من العلاقة:

$$e = \frac{FC}{a}$$

(٦) حقق قانون كبلر الثاني وذلك بإثبات أن المساحات التي يمسحها القمر الصناعي في نفس الزمن هي مساحات متساوية. طبق هذا بحساب مساحة مثلثين رأسهما عند البؤرة، وقاعدة أحدهما عند الحضيض مثلاً والآخر عند الأوج. مع ملاحظة أن القاعدة في المثلثين يجب أن تمثل المسافة التي يقطعها القمر الصناعي في نفس الزمن، ٣٠ دقيقة مثلاً.



(٧) حقق قانون كبلر الثالث وذلك بإثبات أن العلاقة طردية بين مكعب نصف المحور الأكبر a ومربع مدة الدورة P حيث قيمتها 11.5 ساعة، (احسبها بالسنوات). ثابت التناسب هنا هو كتلة القمر (m) ، احسبها بالنسبة لكتلة الشمس من العلاقة (5).

(٨) احسب سرعة المركبة عند الحضيض وعند الأوج، ثم اوجد متوسط سرعتها المدارية من العلاقة:

$$v = 30 \sqrt{m} \sqrt{\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}$$

جدول معلومات عن موقع Explorer 35

الوقت المنصرم	X	Y		الوقت المنصرم	X	Y
	نصف قطر الأرض	نصف قطر الأرض			نصف قطر الأرض	نصف قطر الأرض
0 00	-3.62	1.04		6 00	-0.27	4.86
0 30	-3.25	0.20		6 30	-0.84	5.01
1 00	-2.6	-0.65		7 00	-1.38	5.04
1 30	-1.55	-1.37		7 30	-1.89	4.95
2 00	-0.03	-1.59		8 00	-2.37	4.77
2 30	1.45	-0.79		8 30	-2.80	4.50
3 00	2.09	0.58		9 00	-3.17	4.14
3 30	2.11	1.82		9 30	-3.49	3.69
4 00	1.82	2.81		10 00	-3.69	3.15
4 30	1.37	3.59		10 30	-3.81	2.52
5 00	0.85	4.16		11 00	-3.81	1.83
5 30	0.28	4.58		11 30	-3.65	1.06

تقرير عملي ٢ : تحقيق قوانين كبلر

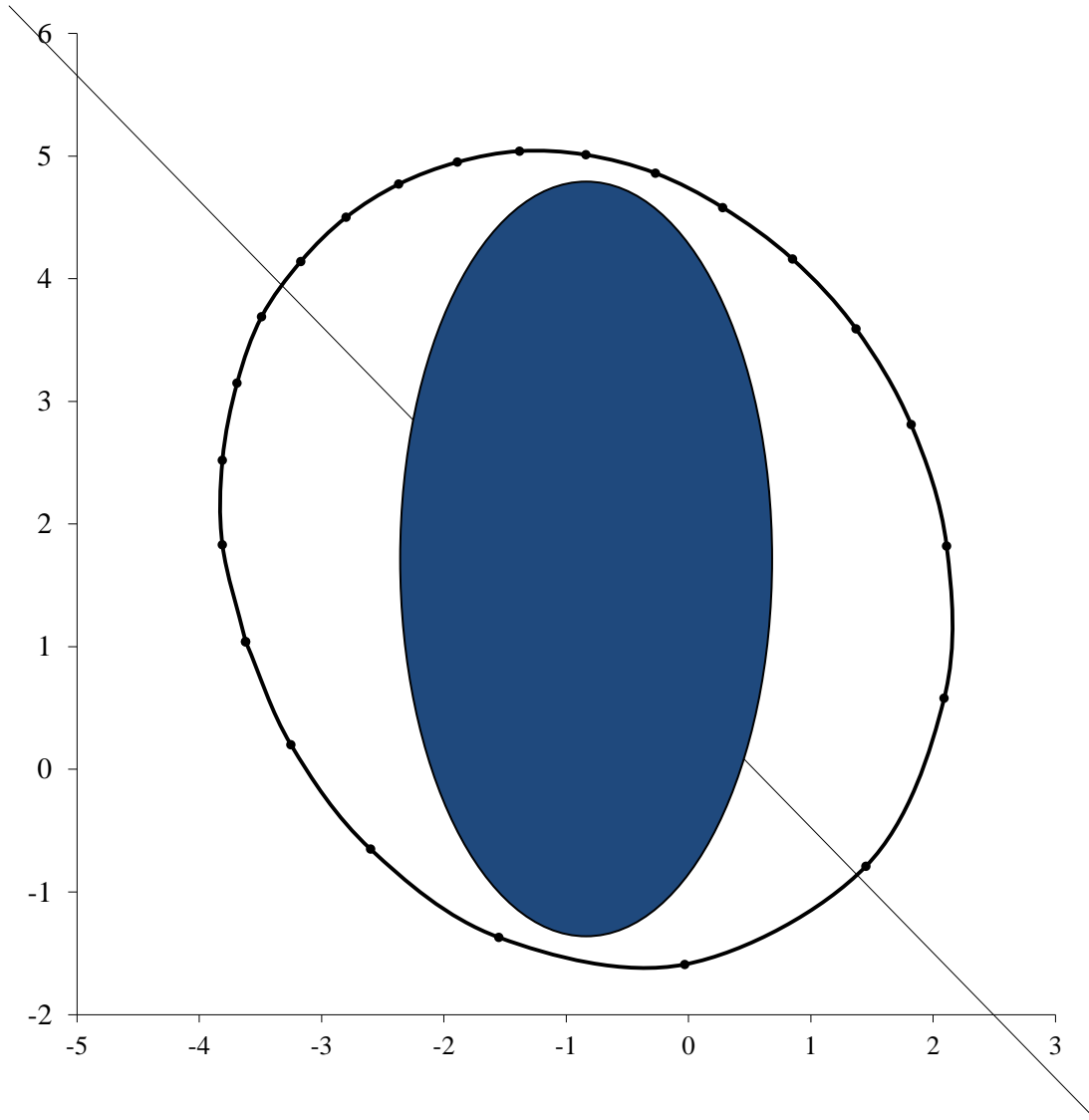
على الطالب اكمال هذا التقرير وتسليمه في الموعد المحدد

الاسم:

الرقم الجامعي:

الفصل الدراسي العام ١٤ / ١٤

التمثيل البياني لمدار القمر الصناعي Explorer35 حول القمر



مقياس الرسم في هذا الشكل البياني هو: $1\text{cm} = 1100\text{ km}$

(١) نحدد المحورين الأكبر والأصغر والبؤرة على الرسم البياني المعطى، ثم نحسب الآتي:

	cm	km	a.u.
نصف المحور الأكبر a semi major axis			
البعد الحضيضي r _p perihelion distance			
البعد الأوجي r _a aphelion distance			

(٢) تفلطح أو اهليلجية (eccentricity) المدار e تساوي:

$$e = \frac{FC}{a}$$

(٣) تحقيق قانون كبلر الثاني وذلك بإثبات أن المساحات التي يمسحها القمر الصناعي في نفس الزمن هي مساحات متساوية.

$$\text{مساحة المثلث الأول} = \text{سم}^2$$

$$\text{مساحة المثلث الثاني} = \text{سم}^2$$

(٤) تحقيق قانون كبلر الثالث وذلك بإثبات أن العلاقة طردية بين مكعب نصف المحور الأكبر a ومربع مدة

الدورة P حيث قيمتها 11.5 ساعة. وثابت التناسب هو كتلة القمر m :

لا تنسى هنا أن a يجب أن تحسب بالوحدة الفلكية ، و P بالسنوات النجمية sidereal year

$$P = 11.5 \text{ hour} = \text{year}$$

$$m = \frac{a^3}{P^2} = m_{\text{sun}}$$

وبما أن كتلة الشمس m_{sun} تساوي 2x10³⁰ kg ، إذًا:

$$m = \text{kg}$$

(٥) أقصى وأدنى سرعة للقمر الصناعي:

لا تنسى هنا أن a ، r_a ، r_p يجب أن تحسب بالوحدة الفلكية ، و m نسبة لكتلة الشمس

$$V_{\text{max}} = 30 \sqrt{m \left(\frac{2}{r_p} - \frac{1}{a} \right)} = \text{km/sec}$$

$$V_{\min} = 30\sqrt{m} \sqrt{\frac{2}{r_a} - \frac{1}{a}} = \text{km/sec}$$

إذاً متوسط السرعة:

$$V =$$

استنتاجات

أولاً: طول اليوم وطول السنة على الكوكب

في الجدول أدناه، سجل مدة لف الكوكب (طول اليوم) مستعيناً بجدول ٤,٣ في الكتاب المقرر "مقدمة في علم الفلك".

ثم احسب طول السنة P على الكوكب مستخدماً قانون كبلر: $P = a\sqrt{a}$

	الجرم	البعد a (a.u)	طول اليوم d (يوم أرضي)	طول السنة P	$\frac{P^2}{a^3}$
1	عطارد Mercury	0.39			
2	الزهرة Venus	0.72			
3	الأرض Earth	1			
4	المريخ Mars	1.53			
5	المشتري Jupiter	5.21			
6	زحل Saturn	9.56			
7	أورانوس Uranus	19.22			
8	نبتون Neptune	30.11			

هل هذا يحقق قانون كبلر الثالث ؟ وضع ذلك:

هل طول اليوم يزداد بزيادة بعد الكوكب؟ أو يقل؟

لاحظ أن طول اليوم أقل من طول السنة. وما هو الحالة الاستثنائية؟ وماذا ينتج عن هذه الحالة؟

ثانيا: أقرب وأبعد مسافة في مدارات الكواكب ودورها في التغيرات الفصلية

قد يكون الفرق بين أقرب وأبعد مسافة للكوكب في مداره مقدارا كبيرا، مما يكون سببا مهما في وجود تغيرات فصلية على الكوكب. حيث أنه كلما كان الكوكب قريبا من الشمس ارتفعت درجة حرارته وكلما بعد عن الشمس في مداره انخفضت درجة حرارته لأن الشمس هي مصدر الحرارة لكل الكواكب.

في الجدول، احسب أقرب مسافة r_p (البعد الحضيضي) وأبعد مسافة r_a (البعد الأوجي) من العلاقتين:

$$r_p = a(1 - e)$$

$$r_a = a(1 + e)$$

الجرم	التفلطح e	البعد (a.u)	أقرب مسافة (a.u)	أبعد مسافة (a.u)
1 عطارد Mercury	0.206	0.39		
2 الزهرة Venus	0.007	0.72		
3 الأرض Earth	0.017	1		
4 المريخ Mars	0.093	1.53		
5 المشتري Jupiter	0.048	5.21		
6 زحل Saturn	0.056	9.56		
7 أورانوس Uranus	0.046	19.22		
8 نبتون Neptune	0.010	30.11		

الكواكب تتحرك في مدارات اهليلجية وليست دائرية. وهذا هو منطق قانون كبلر الأول.

ما هي الكواكب التي تتمتع بتغيرات فصلية بسبب التباين الكبير في بعدها عن الشمس؟

ثالثا: سرعة الكوكب المدارية

أحسب سرعة كل كوكب عند الأوج والحضيض باستخدام العلاقة: $v = 30 \sqrt{\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}$

حيث r تؤخذ مرة عند الأوج ومرة عند الحضيض.

متوسط V (km/s)	V_{\max} (km/s)	V_{\min} (km/s)	الجرم	
			عطارد Mercury	1
			الزهرة Venus	2
			الأرض Earth	3
			المريخ Mars	4
			المشتري Jupiter	5
			زحل Saturn	6
			أورانوس Uranus	7
			نبتون Neptune	8

سجل ملاحظاتك: