المراجعة: الفصل الأول

$2+4+6+\cdots+2n = n(n+1) \quad , \quad n \geq 1$

الخطوة الأساسية

$2 = 1(1+1)$ صائب

خطوة الاستقراء

لیکن: $k \geq 1$

نفترض أن: $2+4+\cdots+2k = k(k+1)$

ونبرهن أن: $2+4+\cdots+2k+2(k+1) = (k+1)(k+2)$

لدينا: $2+4+\cdots+2k = k(k+1)$

إذن: $2+4+\cdots+2k+2(k+1) = k(k+1)+2(k+1)$

$= (k+1)(k+2)$

وبالتالي فإن $2+4+\cdots+2n = n(n+1)$

لكل $n \geq 1$

س 4 (الفصل الأول ، ل 35/36)

R علاقة ... على $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

$aRb \iff ab > 0$

(i) $R = \{(-2,-2), (-2,-1), (-1,-2), (-1,-1), (1,1), (1,2), (2,1), (2,2)\}$

(ii) مجال R

$D_R = \{-2, -1, 1, 2\}$

مدى R

$Im(R) = \{-2, -1, 1, 2\}$

(ب)

$B=\{1,2,3\}$ على علاقة $S=\{(1,2),(2,1),(2,3),(3,2),(3,3)\}$

(i)

$$M_S=\begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

(ii)

$S^2 = SoS = \{(1,1),(1,3),(2,2),(2,3),(3,1),(3,3),(3,2)\}$

$$M_{S^2}=M_S \odot M_S=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$ طريقة ثانية

$$=\begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

$S^2=\{(1,1),(1,3),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(3,2)\}$

$S^{-1}=\{ \qquad \} = S$ (iii)

(iv)

$\bar{S}=\{(1,1),(1,3),(2,2),(3,1)\}$

الفصل الثاني 36/35

س3 اثبت أن $1\times2\times3\times\cdots\times n > 2^n$ لكل $n \geq 4$

$n! > 2^n$

الحل: **الخطوة الاساسية:**

$1\times2\times3\times4 = 24 > 2^4 = 16$ صائبة.

خطوة الاستقراء: ليكن $k \geq 4$

نفرض أن $1\times2\times\cdots\times k > 2^k$ ونبرهن أن $1\times2\times\cdots\times k(k+1) > 2^{k+1}$

لدينا: $1\times2\times\cdots\times k > 2^k$ (فرضية الاستقراء)

و $(k+1) > 2$ لأن $(k \geq 4)$

بضرب العبارتين تباعا $1\times2\times\cdots\times k\times(k+1) > 2^k\times2 = 2^{k+1}$

النتيجة: وبالتالي: $1\times2\times3\times\cdots\times n > 2^n$ لكل $n \geq 4$

(ب)

$a_1=-1, a_2=-\frac{1}{2}, a_3=-\sqrt{5}$ و $a_n=a_{n-1}\cdot a_{n-2}\cdot a_{n-3}$ لكل $n\geq 4$

أثبت أن $a_n<0$ لكل $n\geq 1$

الحل: الخطوة الاساسية

$a_1<0$ و $a_2<0$, $a_3<0$

خطوة الاستقراء: ليكن $k\geq 3$

نفرض أن $a_1<0$, $a_2<0$, ... , $a_k<0$, ونبرهن أن $a_{k+1}<0$

لدينا $a_{k+1}=a_k\cdot a_{k-1}\cdot a_{k-2}$ و $a_{k-2}<0$, $a_{k-1}<0$, $a_k<0$

إذن $a_{k+1}<0$

النتيجة: $a_n<0$ لكل $n\geq 1$

$$\begin{cases} a_n=3a_{n-1} \\ a_1=5 \end{cases}$$