

الاختبار يحتوي على صفحتين
لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة

السؤال الأول

ليكن $B = \{v_1 = (0, 1, 1), v_2 = (1, 0, -2), v_3 = (1, 1, 0)\}$ أساسا لـ \mathbb{R}^3 وليكن $C = \{u_1 = (1, 0, 0), u_2 = (0, 1, 0), u_3 = (0, 0, 1)\}$ الأساس المعتاد لـ \mathbb{R}^3 .

(١). أوجد كلا من ${}_C P_B$ و ${}_B P_C$.

(٢). أوجد $[v]_B$ إذا كان $[v]_C = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.

السؤال الثاني

لتكن المصفوفة $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

(١). أوجد أساسا للفضاء الصفري للمصفوفة .

(٢). عين أساسا للفضاء العمودي للمصفوفة .

(٣). أوجد رتبة المصفوفة A .

السؤال الثالث

ليكن الفضاء الجزئي F من \mathbb{R}^4 المولد بـ $S = \{u = (1, 1, 0, 0), v = (1, 0, -1, 0), w = (0, 0, 1, 1)\}$.

(١). أثبت أن S هو أساس للفضاء الجزئي F .

(٢). أوجد أساسا عياريا متعامدا للفضاء الجزئي F باستعمال خوارزمية جرام شמיד. (حيث الضرب الداخلي هو الضرب الإقليدي).

السؤال الرابع

ليكن W الفضاء الجزئي من \mathbb{R}^5 المولد بـ

$$v_3 = (1, 2, -1, 2, 0), v_2 = (2, 0, 4, -2, 4), v_1 = (1, 0, 2, -1, 2) \\ v_4 = (1, 4, -4, 5, -2)$$

(١). أوجد أساساً لـ W محتوي في $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$.

(٢). أوجد أساساً لـ \mathbb{R}^5 يحتوي على $\{v_1, v_3\}$.