جَامعة الملك سعود

قسم الرياضيات | الإختبار الفصلي الثاني | الفصل الأول ١٤٣٥ - ١٤٣٦ هـ

كلية العلوم | ١١١ ريض | الزمن ساعة و نصف

ممنوع إستعمال الآلة الحاسبة

السُّؤال الأول (ثلاث درجات)

جد قيمة التكامل $\int_1^2 \frac{x}{(x+2)(x+1)}dx$.

السُّؤال الثاني (ثلاث درجات)

جد قيمة التكامل $\int x\tan^{-1}(x)dx$.

السُّؤال الثالث (ثلاث درجات)

جد قيمة التكامل $\int \frac{dx}{(x^2-1)^{\frac{3}{2}}}$.

السُّؤال الرابع (ثلاث درجات)

جد قيمة التكامل $\int \sin(3x)\sin(2x)dx$. (تذكر $\sin(m)\sin(n) = \frac{1}{2}(\cos(m-n) - \cos(m+n))$)

السُّؤال الخامس (ثلاث درجات)

جد قيمة التكامل $\int \sec^5(x)\tan^3(x)dx$

السُّؤال السادس (ثلاث درجات)

جد قيمة التكامل $\int \frac{dx}{1+\sin(x)}$. ($u = \tan(\frac{x}{2})$)

السُّؤال السابع (ثلاث درجات)

جد قيمة التكامل $\int \frac{dx}{x^2-4x+8}$

السُّؤال الثامن (أربع درجات)

جد قيمة التكامل $\int \frac{dx}{x^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{4}}}$

السؤال الأول

$$I = \int_1^2 \frac{x}{(x+2)(x+1)}\,dx$$

$$\frac{x}{(x+2)(x+1)} = \frac{2}{x+2} - \frac{1}{x+1} \quad (1)$$

$$I = 2\ln|x+2| - \ln|x+1|\Big]_1^2 \quad (1)$$

$$= \ln\frac{32}{27} \quad (1)$$

السؤال الثاني

$$I = \int x\tan^{-1}(x)\,dx$$

تكامل بالتجزئ

$u = \tan^{-1}(x)$ $u' = \frac{1}{1+x^2}$

$v' = x$ $v = \frac{x^2}{2}$

$$I = \frac{x^2}{2}\tan^{-1}(x) - \frac{1}{2}\int 1 - \frac{1}{1+x^2}\,dx \quad (2) = 1+1$$

$$= \frac{x^2+1}{2}\tan^{-1}(x) - \frac{x}{2} + C \quad (1)$$

السؤال الثالث

$$I = \int \frac{dx}{(x^2-1)^{3/2}}$$

الدالة $\frac{1}{x^2-1}$ زوجية نأخذ $x>1$

$x = \sec\theta$

$$I = \int \frac{\sec\theta\tan\theta}{\tan^3\theta}\,d\theta \quad (1)$$

$$= \int \frac{\cos\theta}{\sin^2\theta}\,d\theta = \frac{-1}{\sin\theta} + C$$

$$= -\csc(\theta) + C. \quad (1)$$

$$= -x$$

السؤال الرابع

$$I = \int \sin(3x)\sin(2x)\,dx = \frac{1}{2}\int \cos(x) - \cos(5x)\,dx \quad (1,5)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\sin(x) - \frac{\sin(5x)}{5}\right) + C \quad (1,5)$$

السؤال الخامس

$$I = \int \sec^5(x)\tan^3(x)\,dx \qquad u = \sec(x). \quad (1)$$

$$= \int u^4(u^2-1)\,du \quad (1)$$

$$= \frac{u^7}{7} - \frac{u^5}{5} + C = \frac{\sec^7(x)}{7} - \frac{\sec^5(x)}{5} + C \quad (1)$$

السؤال السادس

$$I = \int \frac{dx}{1+\sin(x)}$$

$u = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$. (1)

$dx = \frac{2\,du}{1+u^2}$, $\sin(x) = \frac{2u}{1+u^2}$. (1)

$$I = \int \frac{2\,du}{(1+u)^2} = \frac{-2}{1+u} + C = \frac{-2}{1+\tan\frac{x}{2}} + C \quad (1)$$

السؤال السابع

$$I = \int \frac{dx}{x^2-4x+8} \overset{(1)}{=} \int \frac{dx}{(x-2)^2+4}$$

$$= \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{x-2}{2}\right) + C \quad (2)$$

السؤال الثامن

$$I = \int \frac{dx}{x^{1/4}+x^{1/2}}$$

$x = u^4$ (1)

$$\int \frac{u^2}{\quad} \quad (1)$$