الفصل اثاني 1435/1434 هـ	النهائي 244 ريض	قســـــم الرياضيات

الاجابات

السؤال	1	2	3	4	5	6
الاجابة	أ	د	ب	ج	ب	ب

الجزء الاول : [درجتان لكل سؤال] :

(1) إذا كانت A مصفوفة منالدرجة 3×3 قا بلة للعكس فإن $adj(2A)$ تساوي:

(أ) $4adj(A)$ (ب) $adj(A)$ (ج) $2adj(A)$ (د) $8adj(A)$

(2) إذا كان $v=\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$ متجها مميزا للمصفوفة A مقابلا للقيمة المميزة 2 فإن A^3v يساوي:

(أ) $\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix}4\\2\end{bmatrix}$ (ج) $\begin{bmatrix}6\\4\end{bmatrix}$ (د) $\begin{bmatrix}16\\8\end{bmatrix}$

(3) إذا كانت $\mathrm{A}=\begin{bmatrix}0&1&1\\0&1&1\\0&1&0\end{bmatrix}$ فإن $nullity(A)$ تساوي:

(أ) 0 (ب) 1 (ج) 2 (د) 3

(4) إذا كان $T:R^3\longrightarrow R^3$ التحويل الخطي المعرف بالقاعدة $\mathrm{T(x,y,z)=(x+y,x+y+z,-y+z)}$ وكان $B=\{u_1=(1,1,2),u_2=(1,2,2),u_3=(0,1,1)\}$ و $C=\{e_1=(1,0,0),e_2=(0,1,0),e_3=(0,0,1)\}$ فإن $[\mathrm{T}]_{\mathrm{B}}^{\mathrm{C}}$ تساوي:

(أ) $\begin{bmatrix}1&1&0\\1&1&1\\0&-1&1\end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix}2&4&1\\3&5&0\\1&2&0\end{bmatrix}$ (ج) $\begin{bmatrix}2&3&1\\4&5&2\\1&0&0\end{bmatrix}$ (د) $\begin{bmatrix}1&1&0\\1&1&-1\\0&1&1\end{bmatrix}$

(5) مجموعة قيم الثابت a التي التجعل للنضام الخطي التالي حلا وحيدا

$$\begin{aligned}x+y-az&=1\\x+y+z&=2\\ay+z&=1\end{aligned}$$

هي:

(أ) R (ب) $R\setminus\{0,-1\}$ (ج) $\{0,-1\}$ (د) ϕ

(6) إذا كان R^2 الفضاء الاقليدي الموزون حيث $<(a,b),(c,d)>=\alpha ac+\beta bd$ و كان $\|(1,1)\|=2$, $<(1,1),(2,-1)>=2$ فإن :

(أ) $\alpha=2,\beta=1$ (ب) $\alpha=2,\beta=2$

(ج) $\alpha=1,\beta=2$ (د) $\alpha=-2,\beta=-2$

الجزء الثاني :

السؤال الأول :[3 درجات] استخدم $adj(A)$ لحساب A^{-1} حيث $A=\begin{bmatrix}2&1&0\\0&3&1\\0&2&1\end{bmatrix}$ الاجابة $A^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}&-\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\\0&1&-1\\0&-2&3\end{bmatrix}$

السؤال الثاني: [3 درجات = 1+1+1]

استخدم قاعدة كرامر لإيجاد قيمة كل من x و z للنظام :

$$\begin{aligned}5\mathrm{x}+\mathrm{y}-\mathrm{z}&=4\\2\mathrm{x}+\mathrm{y}-\mathrm{z}&=1\\\mathrm{x}-\mathrm{y}+5\mathrm{z}&=2\end{aligned}$$

$$|A|=\det\begin{bmatrix}5&1&-1\\2&1&-1\\1&-1&5\end{bmatrix}=12,|A_x|=\det\begin{bmatrix}4&1&-1\\1&1&-1\\2&-1&5\end{bmatrix}=12,|A_z|=\det\begin{bmatrix}5&1&4\\2&1&1\\1&-1&2\end{bmatrix}=0$$

السؤال الثالث [4 درجات=الاختزال: 3درجات +1 درجة (فضاء الحلول)]

استخدم طريقة جاوس- جوردان لايجاد حلول النظام الخطي:

$$x + 2z - u + 3v = 1$$
$$2x + y + 3z - 2u + 4v = 1$$
$$x + 2y - u - v = -1$$
$$4x + y + 7z - 4u + 10v = 3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & -2 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 4 & 1 & 7 & -4 & 10 & 3 \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S = \{(x, y, z, u, v) = (1 - 2z + u - 3v, z + 2v, z, u, v), z, u, v \in R\}$$

السؤال الرابع : [4 درجات =1+1+2]

ليكن $T : R^3 \to R^3$ المؤثر الخطي المعرف بالقاعدة $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x + y - 2z, 2x + 2y - 2z)$

1) عين أساسا لفضاء النواة $\ker(T)$

2) استنخدم مبرهنة البعد للتحويلات الخطية لايجاد $rank(T)$.

3) عين اساسا لفضاء الصورة $\operatorname{Im}(T)$

$$\ker(T) = <(1,0,1)>, rank(T) = 2, \operatorname{Im}(T) = <(1,2,2)^t, (1,1,2)^t>$$

السؤال الخامس : [4 درجات =1+1+2]

لتكن المصفوفة
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

1) عين الصيغة الدرجية الصفية المختزلة للمصفوفة A

2) عين أساسا لفضاء الصفوف $row(A)$

3) عين أساسا للفضاء الصفري $N(A)$ (أي فضاء الحل للنظام $AX = 0$)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, N(A) = <(-1,0,-1,1)>$$

السؤال السادس: [4 درجات]

ليكن $S = \{v_1 = (1,1,1), v_2 = (0,1,1), v_3 = (0,0,1)\}$ أساسا في فضاء الضرب الاقليدي R^3

استخدم خوارزمية جرام- شميت لتحويل S الى **أساس عياري متعامد.**

$$S_1 = \{u_1 = (1,1,1), u_2 = (-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}), u_3 = (0, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2})\}, B = \{w_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} u_1, w_2 = \sqrt{\frac{3}{2}} u_2, w_3 = \sqrt{2} u_3\}$$

المجموعة S_1 = 1+1+0.5 **المجموعة W = 0.5+0.5+0.5.**

السؤال السابع: [6 درجات =1+1.5+1.5+1+0.5+0.5]

1) لتكن المصفوفة
$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$
1) أثبت أن القيم المميزة للمصفوفة A هي 3,6

2) عين أساسا لكل من الفضاءات المميزة E_3, E_6.

3) أثبت أن المصفوفة A قابلة للاستقطار.

4) أوجد مصفوفة P قابلة للعكس و مصفوفة D قطرية بحيث $P^{-1}AP = D$ (بدون حساب P^{-1}).

$$E_6 =< (0,1,2) >, E_3 = (1,0,0),(0,1,-1) >$$