

أجب عن الاسئلة الآتية

س(١) : (أ) لتكن $R = \{(1,3), (2,1), (2,2), (3,2)\}$ علاقة على المجموعة $A = \{1,2,3\}$. جد الإغلاق
التناظري والإغلاق المتعدي للعلاقة R . (درجة + درجتان)

(ب) لتكن S علاقة معرفة على مجموعة الأعداد الكسرية \mathbb{Q} كما يلي :

$$xSy \Leftrightarrow x - y \text{ عدد صحيح}$$

(i) أثبت أن S علاقة تكافؤ. (٣ درجات)

(ii) بين فيما إذا كان $\frac{9}{4} \in \left[\frac{1}{2} \right]$. (درجة واحدة)

(ج) لتكن $T = \{(x,x), (x,z), (y,x), (y,y), (y,z), (z,z)\}$ علاقة على المجموعة

$$B = \{x, y, z\}$$

(i) مثل T برسم موجه . (درجة واحدة)

(ii) أثبت أن T علاقة ترتيب جزئي. (٣ درجات)

(iii) هل T علاقة ترتيب كلي ؟ برر إجابتك . (درجة واحدة)

(iv) جد شكل هاس للعلاقة T . (درجة واحدة)

س(٢) : (أ) جد شكل CSP للدالة البولية $f(x, y, z) = (x + y)(x' + yz)$. (درجتان)

(ب) جد شكل CPS للدالة البولية $g(x, y, z) = yz' + yz$. (درجتان)

(ج) لتكن $h(x, y, z) = xz + xy' + yz + x'y'z'$ دالة بولية .

(i) جد شكل كارنو للدالة h . (درجة واحدة)

(ii) جد شكل MSP للدالة h . (درجتان)

(iii) جد شكل MPS للدالة h . (درجتان)

(iv) صمم شبكة عطف وفصل أصغرية مخرجها h . (درجة واحدة)

(د) صمم شبكة منطقية مخرجها الدالة البولية $f(x, y, z) = xy' + xz + x'y'z'$

باستخدام بوابات نفى الفصل فقط . (درجتان)

السؤال الأول (13 درجة)

(f) $R = \{(1,3); (2,1); (2,2); (3,2)\}$

الاعلاق التناظري $\sigma(R) = R \cup R^{-1}$

(1) $\sigma(R) = \{(1,3); (3,1); (2,1); (1,2); (2,2); (3,2); (2,3)\}$

(0.5) $\tau(R) = R \cup R^2 \cup R^3$ الاعلاق المتعدي

(0.5) $R^2 = R \circ R = \{(1,2); (2,3); (2,1); (2,2); (3,1); (3,2)\}$

(0.5) $R^3 = R^2 \circ R = \{(1,1); (1,2); (2,2); (2,3); (2,1); (3,3); (3,1); (3,2)\}$

(0.5) $\tau(R) = \{(1,3); (2,1); (2,2); (3,2); (1,2); (2,3); (3,1); (1,1); (3,3)\}$

$\tau(R) = A \times A$

(ب) (1) S انعكاسية على \mathbb{Q} لان عندما نأخذ $x \in \mathbb{Q}$ $x S x \Leftrightarrow x - x = 0 \in \mathbb{Z}$

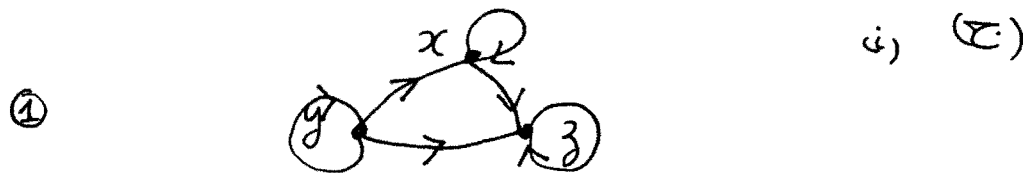
(4) S تناظري على \mathbb{Q} لان عندما نأخذ $x, y \in \mathbb{Q}$ ونفرض ان $x S y$ فان

(4) $x - y \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow y - x \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow y S x$

S متعدية على \mathbb{Q} لان عندما نأخذ $x, y, z \in \mathbb{Q}$ ونفرض ان $x S y$ و $y S z$

(4) فان لدينا (1) $x - y \in \mathbb{Z}$ (2) $y - z \in \mathbb{Z}$ فان (3) $x - z \in \mathbb{Z}$ لان $x S z$

(4) (2) بما ان $\frac{9}{4} - \frac{1}{2} = \frac{7}{4} \notin \mathbb{Z}$ فان $\frac{9}{4} \notin [\frac{1}{2}]$



(2) T انعكاسية لان كل رأس له عروة (أو T تحتوي على العلامة القطرية على B)

(1) T مخالفيه- لانه لا يوجد عناصر في B يحقق $a \neq b$ و $a T b$ و $b T a$

(1) T متعدية لان $T \circ T \subset T$

لان T هي علاقة ترتيب جزئي على B .

(1) (3) T هي علاقة ترتيب كلي على B لانها تسمح بمقارنة.

السؤال الثاني : (2 درجة)

$$f(x, y, z) = (x+y)(x'yz) \quad (f)$$

$$f(x, y, z) = xyz + x'y + yz$$

$$CSF = xyz + x'y(z+z') + (x+x')yz$$

②

$$CSF = xyz + x'yz + x'y z'$$

$$g(x, y, z) = yz' + y'z \quad (g)$$

$$CPS(g) = (CSP(g'))'$$

$$g'(x, y, z) = (yz' + y'z)'$$

$$= (y' + z) \cdot (y + z')$$

$$g'(x, y, z) = y'z' + yz$$

$$CSP g' = (x+x')y'z' + (x+x')yz$$

$$CSP(g') = xy'z' + x'y'z' + xyz + x'yz$$

②

$$CPS(g) = (x' + y + z) \cdot (x + y + z) \cdot (x' + y' + z') \cdot (x + y' + z')$$

$$h(x, y, z) = xz + xy' + yz + x'y z' \quad (h)$$

$$= x(y+y')z + xy'(z+z') + (x+x')yz + x'y z'$$

$$CSP h = xyz + xy'z + xy'z' + x'yz + x'y z'$$

①

	yz	y'z	y'z'	yz'
x	1	1	1	0
x'	1	0	0	1

(ii)

②

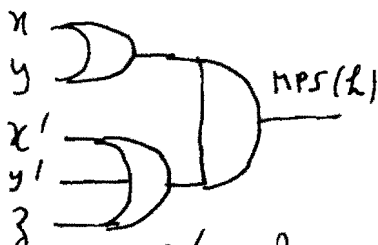
$$MSP(h) = yz + xy' + x'y \quad (ii)$$

$$MPS(h) = (MSP(h'))' \quad (iii)$$

$$MSP h' = x'y' + xyz'$$

②

$$MPS(h) = (x+y) \cdot (x' + y' + z)$$

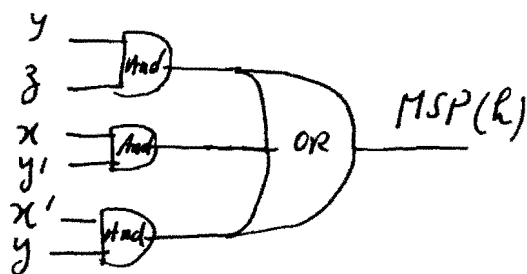


هذا مخطط دارة منطقية
مخرجها h لأنها تحتوي
على باور عدد متساوي باور

$$MSP(h') = yz' + xy$$

$$MPS(h) = (y' + z) \cdot (x' + y' + z)$$

$$= [(y' + z)' + (x' + y')']'$$



(iv)

$$f(x, y, z) = xy' + x'z + x'y'z' \quad (v)$$

$$CSP f = xy'(z+z') + x'(y+y')z + x'y'z'$$

$$= xy'z + xy'z' + x'yz + x'y'z + x'y'z'$$