

في نظام رابن إذا كانت دالة التعمية هي $e_k(X) = X(X - A) + B^2$ أوجد دالة كسر التعمية؟

عند حل السؤال نريد إيجاد الدالة العكسية لـ $f(X)$

$$f(X) = X^2 - XA + B^2 = y$$

بالقانون العام نجد أنه سيكون هناك جذور إذا كانت $|A| \geq 2B$ أي أن

$A \geq 2B$ or $A \leq -2B$ أي أنه سيكون هناك دالة عكسية في كل الفترات ماعدا الفترة $(-2B, 2B)$

لإيجاد هذه الدالة العكسية نضع $f(X) = y \Rightarrow X^2 - XA + B^2 = y$

بإكمال المربع نضيف $\frac{A^2}{4}$ للطرفين وننقل B^2 للطرف الثاني

$$y - B^2 + \frac{A^2}{4} = X^2 - XA + \frac{A^2}{4} = \left(X - \frac{A}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{y - B^2 + \frac{A^2}{4}} = X - \frac{A}{2}$$

$$\Rightarrow X = \sqrt{y - B^2 + \frac{A^2}{4}} + \frac{A}{2}$$

أذن دالة كسر التعمية هي

$$d_k(X) = \sqrt{X - B^2 + \frac{A^2}{4}} + \frac{A}{2}$$