إعداد د: *محمود الدريني*

تحليل التباين الأحادي

ONE-WAY ANALYSIS OF VARANCE

المحتويات

- الغرض من دراسة تحليل التباين
- نموذج تحليل التباين وافتراضاته.
- جدول تحليل التباين.
- اختبار تساوي متوسطات عدة مجتمعات باستخدام اختبار F Test .
- اختبار تجانس تباينات المجتمعات.
- التحويلات.

الأهداف

- اكساب الطالب المعرفة بمفهوم تحليل التباين
- اكساب الطالب مهارة اجراء اختبارات الفروض الخاصة بتساوي عدة متوسطات لعدة مجتمعات،
- التحقق من تجانس تياينات المجتمعات.
- اكساب الطالب مهارة تحديد التحويلات المناسبة للبيانات.

آلية التنفيذ

- محاضرة
- نشاط منزلي

إعداد د: محمود الدريني

1-4 الغرض من دراسة تحليل التباين

يعتبر أسلوب تحليل التباين أحد الأساليب الإحصائية التي تستخدم في كثير من المجالات التطبيقية في البحوث العلمية. ويرجع استخدام تحليل التباين إلى العالم الإحصائي "رونالد فيشر" Ronald A. Fisher عندما استخدم المنهج الرياضي لتجزأة مجموع المربعات الكلي للمشاهدات إلى مركبات تُعزى إلى عوامل مسببة للإختلاف الكلي في الصفة المدروسة تسمى بمصادر الاختلاف، وهذه المصادر يمكن تعريفها من خلال نموذج رياضي يسمى بنموذج تحليل التباين.

ويهدف تطبيق تحليل التباين إلى دراسة وتحليل أثر عدة متغيرات مستقلة وصفية (إسمية nominal ، ورتبية) على متغير تابع كمي مستمر. كما يقوم هذا التحليل على أساس أن المتغير الوصفي هو عامل factor، وأن مجموعات هذا المتغير هي مستويات العامل والتي يطلق عليها أحيانا بالمعالجات.

يتناول هذا الفصل عرض ووصف نموذج نموذج تحليل التباين الأحادي والافتراضات التي يستند عليها، والاستدلال الإحصائي في الحالة التي يفترض فيها ثبات آثار المعالجات ثابتة وكذلك الحالة التي يفترض فيها أن آثار المعالجات عشوائية، كما يتناول هذا الفصل مناقشة المشاكل التي تواجه نموذج تحليل التباين، وبيان كيفية علاج هذه المشاكل.

2-4 نموذج تحليل التباين ذات التأثيرات الثابتة Fixed ANOVA Model

يستند نموذج تحليل التباين الثابت على افتراض أن مستويات العامل تؤخذ جمعيها بعين الاعتبار في الدراسة والتحليل. ومن الأمثلة على ذلك:

1. النوع Gender : يجب أن ينظر إليه كعامل ثابت يحتوي على مستويين فقط (ذكور، وإناث) ، حيث يؤخذ كلا المستويان في الاعتبار عند اهتمام الباحث بدراسة الصفات الحيوية لهما.
2. نوع سلالات القمح Strain of wheat: يمكن النظر إليها كعامل ثابت تعبر مستوياته عن كل السلالات الممكنة للقمح، والتي تؤخذ جمعيا في الاعتبار عند المقارنة بين متوسطات الإنتاجية لهذه السلالات.
3. درجة الحرارة temperatures: عندما يهتم الباحث بدراسة تأثير ثلاث مستويات للحرارة (35,30,25) على فترة ما قبل وضع البيض للحلم الدودي الذي يصيب ورق الزيتون وكذلك فترة الانتقال من طور إلى آخر، يعامل الحرارة في هذه الحالة كعامل ثابت.
4. المنطقة Region : عند مقارنة متوسطات القروض الممنوحة من صندوق التنمية الزراعية بين كافة مناطق المملكة، ينظر إلى المنطقة كعامل ثابت يؤثر على قيمة القرض الممنوح للمنطقة.

وهكذا الأمثلة على ذلك كثيرة.

إعداد د: محمود الدريني

الشكل العام لنموذج تحليل التباين الأحادي الثابت في حالة تساوي المكررات

يهتم نموذج تحليل التباين الأحادي بدراسة وتحليل أثر عامل واحد على متغير تابع كمي، وبفرض أن t تعبر عن عدد مستويات العامل أو عدد المعالجات، ويرمز لها بالرموز $(T_1,T_2,...,T_t)$، وأن r تعبر عن عدد مكررات كل معالجة، وأن τ_i يعبر عن تأثير المعالجة T_i، فإن المشاهدة y_{ij} يمكن التعبير عنها بمعادلة خطية تأخذ الصورة التالية:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}, \quad i = 1,2,...,t, \quad j = 1,2,...,r \tag{10.1}$$

حيث أن:

μ : تعبر عن المتوسط العام

τ_i :تعبر عن تأثير المعالجة T_i وتعكس انحراف متوسط المعالجة μ_i عن المتوسط العام ، أي أن $\tau_i = \mu_i - \mu$.

ε_{ij} : هو الخطأ التجريبي لمشاهدة الوحدة التجريبية رقم j والتي استلمت المعالجة رقم i، ويعكس انحراف المشاهدة y_{ij} عن متوسط المعالجة رقم i، أي أن: $\varepsilon_{ij} = (y_{ij} - \mu_i)$.

ويسمى النموذج (10.1) أعلاه بنموذج تحليل التباين الأحادي في المجتمع، وهو نموذج يحدد قيمة العلاقة بين الصفة المدروسة y_{ij} كمتغير تابع، ومستويات العامل أو المعالجات كمتغيرات مستقلة.

الافتراضات التي يستند عليها النموذج

يستند نموذج تحليل التباين (10.1) على عدد من الافتراضات هي:

- مشاهدات الصفة المدروسة y_{ij} على الوحدات التجريبية التي استلمت المعالجة رقم i مستقلة ولها توزيع طبيعي متوسطه μ_i، وتباينه σ_i^2، أي أن $y_{ij} \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$.
  كما يفترض استقلال مشاهدات كل معالجة عن مشاهدات المعالجات الأخرى.
- مجموع الآثار يساوي صفرا، أي أن:

$$\sum_{i=1}^{t} \tau_i = \sum_{i=1}^{t} (\mu_i - \mu) = 0 \tag{10.2}$$

ويدل ذلك على أن المتوسط العام هو الوسط الحسابي المرجح لمتوسطات المعالجات، أي أن:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{t} r_i \mu_i}{\sum_{i=1}^{t} r_i} = \frac{r\sum_{i=1}^{t} \mu_i}{tr} = \frac{\sum_{i=1}^{t} \mu_i}{t} \tag{10.3}$$

- الأخطاء التجريبية داخل كل معالجة هي متغيرات عشوائية ولها توزيع طبيعي متوسطه

صفرا وتباينه σ_i^2، أي أن $\varepsilon_{ij} \sim N(0,\sigma_i^2)$.

- تجانس التباينات للمعالجات، أي أن:

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = ... = \sigma_t^2 = \sigma^2 \tag{10.4}$$

- وجود استقلال خطي بين الأخطاء و المعالجات.

الاستدلال الإحصائي.

بعد تنفيذ التجربة، وتسجيل المشاهدات يمكن عرضها في جدول مناسب كما هو مبين بالجدول التالي:

جدول (10.3): عرض البيانات بعد إجراء التجربة.

		Treatments المعالجات			
		T_1	T_2	......	T_t
المكررات	1	y_{11}	y_{21}	......	y_{t1}
	2	y_{12}	y_{22}	......	y_{t2}
	......	......	......	......	......
	r	y_{1r}	y_{2r}	......	y_{tr}
	Tota	$y_{1\cdot}$	$y_{2\cdot}$	......	$y_{t\cdot}$

ومن ثم يمكن إجراء الاستدلال الإحصائي، ويشمل التقدير، واختبارات الفروض الإحصائية.

أولا:تقدير معالم النموذج.

يمكن النظر إلى مشاهدات الصفة المدروسة تحت تأثير المستوى أو المعالجة T_i على أنها مأخوذة من مجتمع طبيعي متوسطه μ_i، وتباينه σ_i^2، ومن ثم نستطيع حساب التقدير بنقطة، والتقدير بفترة لهذه المعالم باستخدام بيانات الجدول (10.3) كما يلي:

التقدير بنقطة لمتوسط المعالجة μ_i

$$\hat{\mu}_i = \bar{y}_{i\cdot} = \frac{y_{i\cdot}}{r}, \quad y_{i\cdot} = \sum_{j=1}^{r} y_{ij}, \quad i = 1,2,...,t \tag{10.5}$$

-التقدير بنقطة للمتوسط العام μ هو:

$$\hat{\mu} = \bar{y}_{\cdot\cdot} = \frac{y_{\cdot\cdot}}{tr}, \quad y_{\cdot\cdot} = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} y_{ij} \tag{10.6}$$

ومن ثم تقدير أثر المعالجة τ_i هو:

$$\hat{\tau}_i = (\hat{\mu}_i - \hat{\mu}) = (\bar{y}_i . - \bar{y}..) \qquad (10.7)$$

كما أن التقدير بنقطة لتباين المعالجة σ_i^2 هو :

$$\hat{\sigma}_i^2 = S_i^2 = \frac{1}{r-1}\left[\sum_{j=1}^{r} y_{ij}^2 - \frac{(y_i.)^2}{r}\right] \qquad (10.8)$$

وتحت تحقق افتراض تجانس التباينات $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = ... = \sigma_t^2 = \sigma^2$ فإن التقدير بنقطة للتباين σ^2 هو التباين المشترك S_{pooled}^2، ويحسب كمتوسط للتباينات $S_1^2, S_2^2, ..., S_t^2$ المرجح بدرجات حرياتها كالتالي:

$$S_{Pooled}^2 = \frac{(r-1)\sum_{i=1}^{t} S_i^2}{t(r-1)} = \frac{\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij}^2 - \bar{y}_i .)^2}{t(r-1)} = \frac{\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} y_{ij}^2 - \sum_{i=1}^{t}\frac{y_i .^2}{r}}{t(r-1)} \qquad (10.9)$$

ويستخدم كتقدير غير متحيز لكل تباين من التباينات $\sigma_1^2, \sigma_2^2, ..., \sigma_t^2$. كما يطلق على التباين المشترك S_{pooled}^2 متوسط مربعات الأخطاء MSE وهو أكثر المصطلحات استخداما، أي أن $MSE = S_{pooled}^2$.

اختبار فرض تساوي متوسطات المعالجات

أحد الأهداف الرئيسية من تطبيق التصميم تام التعشية هو اختبار الفرض العدم H_0 الخاص بتساوي متوسطات المعالجات، ويعبر عنه بالصورة التالية

الفرض العدم: *متوسطات المعالجات كلها متساوية*

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_t = \mu \qquad (10.10)$$

كما يعبر عن الفرض البديل H_1 بالصورة التالية:

الفرض البديل: *متوسطات المعالجات ليست كلها متساوية*

$$H_1 : The\ t\ treatment\ means\ are\ not\ all\ equal \qquad (10.11)$$

وتحت صحة الفرض العدم H_0 الخاص بتساوي المتوسطات، يكون أثر كل معالجة $\tau_i = (\mu_i - \mu) = 0$ ، $i = 1,2,...,t$ ويستدل من ذلك على أن آثار المعالجات كلها معا متساوية وتساوي صفرا، ومن ثم يمكن إعادة صياغة الفرضين العدم والبديل على الصورة التالية:

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = ... = \tau_t = 0 \qquad H_1 : \text{آثار المعالجات كلها ليست صفرا} \qquad (10.12)$$

وأكثر صيغ فروض العدم استخداما هي الصيغة (10.10).

ولبيان كيفية إجراء الإختبار، يتم أولا عرض نموذج تحليل التباين الأحادي في المجتمع

إعداد د: محمود الدريني

(10.1) بدلالة التقديرات كما يلي

$$y_{ij} = \bar{y}_{..} + (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (y_{ij} - \bar{y}_{i.}),$$
$$(y_{ij} - \bar{y}_{..}) = (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (y_{ij} - \bar{y}_{i.}), \quad i = 1,2,\ldots,t,\ j = 1,2,\ldots,r \qquad (10.13)$$

وتبين المعادلة أعلاه أن هناك مصدرين لحدوث إختلافات كلية في قيم مشاهدات الصفة المدروسة $(y_{ij} - \bar{y}_{..})$ وهذين المصدرين هما:

$(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})$: ويعبر عن الاختلافات بين المعالجات.

$(y_{ij} - \bar{y}_{i.})$: ويمثل الاختلافات التي تحدث داخل المعالجات، والتي تعرف بالأخطاء التجريبية.

ومن ثم يمكن إثبات رياضيا أن: مجموع مربعات الاختلافات الكلية $(SSTo)$ يساوي مجموع المربعات الذي يعزى إلى المعالجات $(SSTr)$ مضافا إليه مجموع مربعات الذي يعزى إلى الأخطاء (SSE) ، أي أن:

مجموع المربعات الكلي	=	*مجموع مربعات المعالجات*	+	*مجموع مربعات الأخطاء*

$$\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2 \qquad (10.14)$$

Sum Squares of Total	=	*Sum Squares of Treatments*	+	*Sum Squares of Errors*
SSTo	=	*SSTr*	+	*SSE*

حيث أن:

$SSTo = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$: يمثل مجموع المربعات الكلي، والصيغة الأكثر استخداما في حسابه هي:

$$SSTo = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} y_{ij}^2 - CF, \qquad CF = \frac{y_{..}^2}{tr} \qquad (10.15)$$

ويعرف CF بمعامل التصحيح Correction Factor.

$SSTr = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$: يمثل مجموع مربعات الذي يعزى إلى المعالجات، والصيغة الأكثر استخداما لحسابه هي:

إعداد د: محمود الدريني

$$SSTr=\sum_{i=1}^{t}\frac{y_{i}.^{2}}{r}-CF \qquad (10.16)$$

$SSE=\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij}-\bar{y}_{i}.)^{2}$: يمثل مجموع مربعات الأخطاء التجريبية، ويحسب بتطبيق الصيغة التالية:

$$SSE=SSTo-SSTr=\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}y_{ij}^{2}-\sum_{i=1}^{t}\frac{y_{i}.^{2}}{r} \qquad (10.17)$$

وبفرض أن $(tr-1)$ يمثل درجات الحرية الخاص بمجموع المربعات الكلي $SSTo$، يمكن أيضا تجزئته إلى جزأين هما: $(t-1)$ ويمثل درجات الحرية الخاص بمجموع مربعات المعالجات $SSTr$، $(tr-t)$ ويمثل درجات الحرية الخاص بمجموع مربعات الأخطاء SSE. أي أن:

$$\begin{aligned}(tr-1)&=(t-1)+(tr-t)\\ df_{SSTo}&=df_{SSTr}+df_{SSE}\end{aligned} \qquad (10.18)$$

وفيما يلي خطوات إجراء اختبار فرض تساوي متوسطات المعالجات.

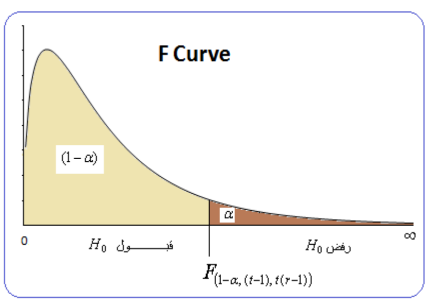
- صياغة الفروض.

$$H_0:\mu_1=\mu_2=\ldots=\mu_t=\mu \qquad H_1: The\ t\ treatment\ means\ are\ not\ all\ equal$$

- تحديد مستوى المعنوية α.
- الكشف عن القيمة الحرجة أو القيمة الجدولية.

وهي قيمة تستخرج من جدول رقم (5) الخاص بتوزيع مئويات F عند درجة حرية بسط = $(t-1)$، ودرجة حرية مقام = $(tr-t)$، ويقع على يمينها مساحة منطقة الرفض α، ويرمز لهذه القيمة بالرمز $F_{(1-\alpha,\,(t-1),\,(tr-t))}$، ويبين الشكل التالي مناطق رفض الفرض العدم وقبوله.

شكل (10.4) : مناطق الرفض والقبول تحت منحنى توزيع F



- إحصائية الاختبار (القيمة المحسوبة F^*): وتحسب بتطبيق المعادلة التالية:

$$F^* = \frac{(SSTr/(t-1))}{(SSE/(tr-t))} = \frac{MSTr}{MSE} \qquad (10.19)$$

حيث أن :

$(MSTr = SSTr/(t-1))$: يعبر عن متوسط مربعات المعالجات، ويقيس التباين بين المعالجات.

$(MSE = SSE/(tr-t))$: ويعبر عن متوسط مربعات الأخطاء، ويقيس التباين داخل المعالجات.

- القرار: إذا كانت القيمة المحسوبة F^* تزيد عن القيمة الجدولية $F_{(1-\alpha,(t-1),t(r-1))}$ ، أي تقع في منطقة الرفض، فإنه لا يمكن قبول الفرض العدم $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_t = \mu$ ، ويمكن قبول الفرض البديل، ويستدل من ذلك على أن هناك متوسطين على الأقل مختلفين.

جدول تحليل التباين

يشمل جدول تحليل التباين ملخصا للنتائج التي تم الحصول عليها سابقا، وهي مصادر الاختلاف، ومجموع المربعات حسب مصادرها، ودرجات الحرية ومتوسطات المربعات، وإحصائية اختبار فرض تساوي متوسطات المعالجات، ويأخذ الجدول الشكل التالي.

جدول (10.4): جدول تحليل التباين

ANOVA

مصدر الاختلافات	*مجموع المربعات*	*درجات الحرية*	*متوسط المربعات*	*نسبة F*
Source of Variation	*SS*	*df*	*MS*	*F**
Treatments	$SSTr$	$df_{treat} = (t-1)$	$MSTr$	$\left(\frac{MSTr}{MSE}\right)$
Errors	SSE	$df_{error} = (tr-t)$	MSE	
Total	$SSTo$	$df_{total} = (tr-1)$		

وفي بعض البرامج الإحصائية يتم عكس ترتيب العمودين الثاني الثالث، حتى لا يظن القارئ أن جدول تحليل التباين دائما يأخذ هذا الترتيب.

تطبيق (10.1)

إعداد د: محمود الدريني

أجريت تجربة لدراسة تأثيرات استخدام الكبريت في تخفيض مرض جرب البطاطس. كان الهدف من استخدلم الكبريت زيادة حموضة التربة، حيث أن جرب البطاطس لا ينمو في التربة الحمضية. تم التطبيق في حالة عدم الاستخدام (المعالجة الضابطة T_0)، وحالة استخدام ثلاث كميات من الكبريت $(1200, 600, 300)$ باوند Ib لكل دونم، ومن ثم يصبح عدد المعالجات أربع معالجات يرمز لها بالرموز $(T_{1200}, T_{600}, T_{300}, T_0)$، وقد تم توزيع المعالجات عشوائيا على الوحدات التجريبية وعددها 16 قطعة أرض، وتم رش الكبريت يدويا على سطح التربة، وبعد انتهاء الموسم تم ختيار 100 وحدة بطاطس من كل قطعة وفحصها وتسجيل عدد الوحدات المصابة، وهذا المقياس يعتبر في هذه الحالة مقياس مئوي $(0 - 100\%)$ يمثل النسبة المئوية للوحدات المصابة. والمخطط التجريبي التالي يبين المشاهدات على كل وحدة تجريبية.

شكل (10.5): التوزيع العشوائي للمعالجات وقيم مشاهدات النسب على الوحدات التجريبية.

T_0 (12)	T_{600} (18)	T_{300} (9)	T_{300} (16)
T_{600} (16)	T_{1200} (10)	T_0 (24)	T_{1200} (5)
T_0 (10)	T_{1200} (4)	T_0 (29)	T_{600} (18)
T_{600} (10)	T_{300} (9)	T_{1200} (4)	T_{300} (4)

والمطلوب:

1- لخص البيانات أعلاه في جدول مناسب.

2- كون جدول تحليل التباين.

3- اختبر فرض تساوي متوسطات نسب الإصابة بالنسبة للمعالجات الأربعة، $\alpha = 0.05$.

مناقشة التطبيق:

في هذا التطبيق يلاحظ أن: عدد المعالجات: $(t = 4)$، عدد المكررات: $(r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r = 4)$

1- عرض البيانات في جدول مناسب.

يتم تكوين جدول تسجيل فيه مشاهدات النسب المئوية لكل معالجة من المعالجات الأربعة.

جدول (10.5): النسب المئوية للمصاب من إنتاج محصول البطاطس تحت تأثير مستويات كميات الكبريت

	كمية الكبريت بالباوند			
	0	300	600	1200
	T_0	T_{300}	T_{600}	T_{1200}
1	12	9	16	10
2	10	9	10	4

3	24	16	18	4	
4	29	4	18	5	
Total	75	38	62	23	198
$y_i .$	$y_1 .$	$y_2 .$	$y_3 .$	$y_4 .$	$y..$

2- تكوين جدول تحليل التباين:

- حساب مجموع المربعات بتطبيق المعادلات (10.15) ، (10.16) ، (10.17).

مجموع المربعات الكلي:

$$SSTo=\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}y_{ij}^2-CF=\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4}y_{ij}^2-CF$$

$$\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4}y_{ij}^2=(12)^2+(10)^2+(24)^2+(29)^2+(9)^2+(9)^2+(16)^2+(4)^2$$
$$+(16)^2+(10)^2+(18)^2+(18)^2+(10)^2+(4)^2+(4)^2+(5)^2$$
$$=3256$$

$$CF=\frac{y..^2}{tr}=\frac{(198)^2}{(4\times 4)}=\frac{39204}{16}=2450.3$$

$$SSTo=3256-2450.3=805.75$$

مجموع مربعات المعالجات:

$$SSTr=\sum_{i=1}^{t}\frac{y_i .^2}{r}-CF$$

$$\sum_{i=1}^{t}\frac{y_i .^2}{r}=\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{4}y_i .^2=\frac{(75)^2+(38)^2+(62)^2+(23)^2}{4}=\frac{11442}{4}=2860.5$$

$$SSTr=2680.5-2450.3=410.25$$

مجموع مربعات الأخطاء:

$$SSE=SSTo-SSTr=805.75-410.25=395.5$$

- درجات الحرية هي:

$$df_{SSTo}=tr-1=16-1=15,\qquad df_{SSTr}=(t-1)=(4-1)=3,$$
$$df_{SSE}=tr-t=16-4=12$$

- جدول تحليل التباين

جدول (10.6): نتائج تحليل التباين الأحادي

ANOVA

Source of Variation	*SS*	*df*	*MS*	*F**

إعداد د: محمود الدريني

Treatments	410.25	3	136.750	4.149
Errors	395.5	12	32.958	
Total	805.75	15		

3- اختبار فرض تساوي المتوسطات:

بفرض أن:

μ_1 : هو متوسط نسب الإصابة تحت تأثير حالة عدم الاستخدام T_0 .

μ_2 : هو متوسط نسب الإصابة في حالة استخدام كمية كبريت قدرها 300 باوند/دونم T_{300} .

μ_3 : هو متوسط نسب الإصابة في حالة استخدام كمية كبريت قدرها 600 باوند/دونم T_{600} .

μ_4 : هو متوسط نسب الإصابة في حالة استخدام كمية كبريت قدرها 1200 باوند/دونم T_{1200} .

وفيما يلي خطوات الاختبار.

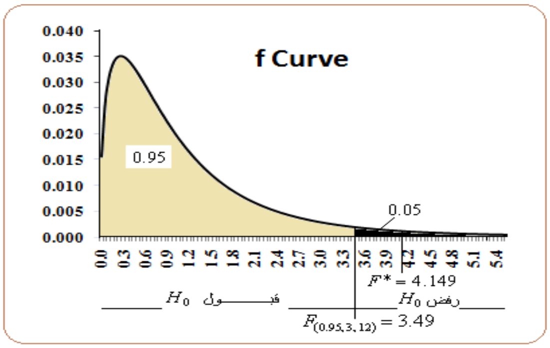
- صياغة الفروض.

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu \qquad H_1 : The\ 4\ treatment\ \ means\ are\ not\ all\ \ equal$$

- مستوى المعنوية $\alpha = 0.05$.
- القيمة الحرجة (القيمة الجدولية).

هي قيمة تستخرج من جدول توزيع مئويات F رقم (5) عند درجة حرية بسط تساوي $(t-1)=3$ ، ودرجة حرية مقام تساوي $(tr-t)=12$ ، ويقع على يمينها مساحة منطقة الرفض $\alpha = 0.05$ ، وهذه القيمة هي: $\left(F_{(1-\alpha,\,(t-1),\,(tr-t))} = F_{(0.95,\,3,\,12)} = 3.49\right)$ ، ويبين الشكل التالي مناطق رفض الفرض العدم وقبوله، وموقع القيمةالمحسوبة، والقيمة الحرجة

شكل (10.6) : مناطق الرفض والقبول تحت منحنى توزيع F



- إحصائية الاختبار (القيمة المحسوبة) : $F^* = 4.149$ من جدول تحليل التباين:

- القرار: القيمة المحسوبة $F^* = 4.149$ تزيد عن القيمة الجدولية $F_{(0.95,3,12)} = 3.49$ ، أي تقع في منطقة الرفض، إذا لا يمكن قبول الفرض العدم $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu$ ، ويقبل الفرض البديل، ويستدل من ذلك أن هناك متوسطين على الأقل للنسب المئوية للإصابة بينهما فرق معنوي.