

حل تمرين عن المنفعة في المدخل الحديث

إذا أعطيت دالة المنفعة $U = x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{2}{3}}$

حيث $100 = 2x + 3y$

أوجد الكميات التوازنية التي تحقق لهذا المستهلك أقصى إشباع في حدود دخله

$$MRS_{yx} = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{3} X^{-\frac{2}{3}} Y^{\frac{2}{3}}$$

$$MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{2}{3} X^{\frac{1}{3}} Y^{-\frac{1}{3}}$$

$$MRS_{yx} = \frac{\frac{1}{3} X^{-\frac{2}{3}} Y^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3} X^{\frac{1}{3}} Y^{-\frac{1}{3}}}$$

$$MRS = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$\frac{\frac{1}{3} Y^{\frac{2}{3}} Y^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3} X^{\frac{1}{3}} X^{\frac{2}{3}}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{\frac{1}{3} Y}{\frac{2}{3} X} = \frac{2}{3}$$

$$3 \frac{1}{3} Y = 2 \frac{2}{3} X$$

$$Y = \frac{4}{3} X \quad \text{or} \quad X = \frac{3}{4} Y$$

بالتعويض في دالة القيد :

$$100 = 2X + 2Y$$

$$100 = 2\left(\frac{3}{4} Y\right) + 3Y$$

$$100 = \frac{3}{2} Y + 3Y$$

$$100 = \frac{3}{2} Y + \frac{6}{2} Y$$

$$100 = \frac{9}{2} Y$$

$$Y = 100 \frac{2}{9} = 22.222$$

$$Y^* = 22.222$$

نعوض في $X = \frac{3}{4} Y$ للحصول على قيمة X

$$X = \frac{3}{4} (22.222)$$

$$X^* = 16.667$$

الرسم :

