

# Techniques of Integration

طرائق التكامل

Math 111

Lecture 16

Dr. Nasser Bin Turki

King Saud University  
Department of Mathematics

2016

طرائق التكامل:  
(٣) التعويضات المثلثية:

Trigonometric Substitutions :

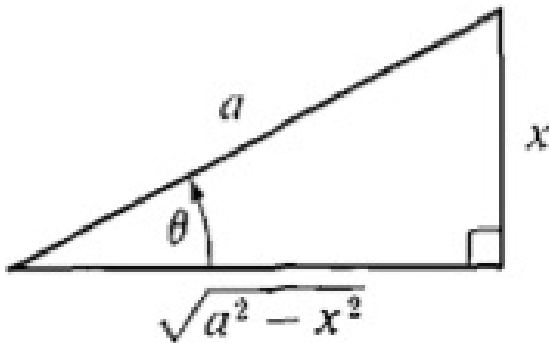
في هذا القسم سوف نقوم بمعالجة التكاملات التي تحتوي على جذور و تكون بالصورة التالية

$$\sqrt{a^2 - x^2}, \quad \sqrt{a^2 + x^2}, \quad \sqrt{x^2 - a^2}, \quad \forall a > 0.$$

أو إذا كان لدينا  $\sqrt{a^2 - x^2}$  فإن نأخذ  $x = a \sin \theta$  ويصبح لدينا

$$\sqrt{a^2 - x^2} = \sqrt{a^2 - a^2 \sin^2 \theta} = a \cos \theta$$

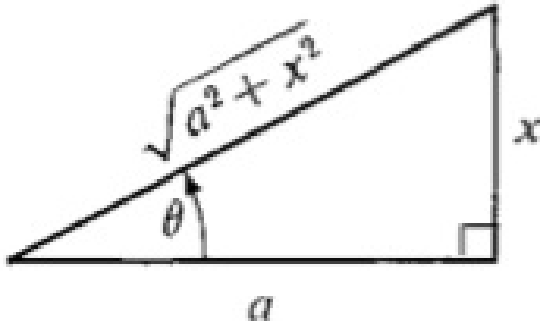
$$dx = a \cos \theta \, d\theta.$$



ب) إذا كان لدينا  $\sqrt{a^2 + x^2}$  فإن نأخذ  $x = a \tan \theta$  ويصبح لدينا

$$\sqrt{a^2 + x^2} = \sqrt{a^2 + a^2 \tan^2 \theta} = a \sec \theta$$

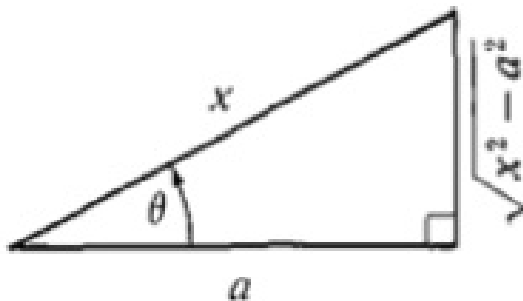
$$dx = a \sec^2 \theta d\theta.$$



ج) إذا كان لدينا  $\sqrt{x^2 - a^2}$  فإن نأخذ  $x = a \sec \theta$  ويصبح لدينا

$$\sqrt{x^2 - a^2} = \sqrt{a^2 \sec^2 \theta - a^2} = a \tan \theta$$

$$dx = a \sec \theta \tan \theta d\theta.$$



## Examples

مثال : أوجد تكامل كل من الدوال التالية :

$$(1) \int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4}} dx.$$

$$(2) \int \frac{x^2}{\sqrt{4 - x^2}} dx.$$

$$(3) \int \frac{1}{x^2 \sqrt{25 - x^2}} dx.$$

$$(4) \int \frac{x^3}{\sqrt{1 + x^2}} dx.$$

## Exercises

مثال : أوجد تكامل كل من الدوال التالية :

$$(1) \int \frac{1}{(1+x^2)^2} dx.$$

$$(2) \int \frac{9x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx.$$

$$(3) \int \frac{1}{(16-x^2)^{\frac{3}{2}}} dx.$$

$$(4) \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{x^2}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}} dx.$$

$$(5) \int x^3 \sqrt{x^2-25} dx.$$

$$(6) \int \frac{x^3}{\sqrt{x^2-25}} dx.$$



*Thanks for listening.*