إجابة الإختبار القصير الأول لمقرر 201 ريض الفصل الأول 1444

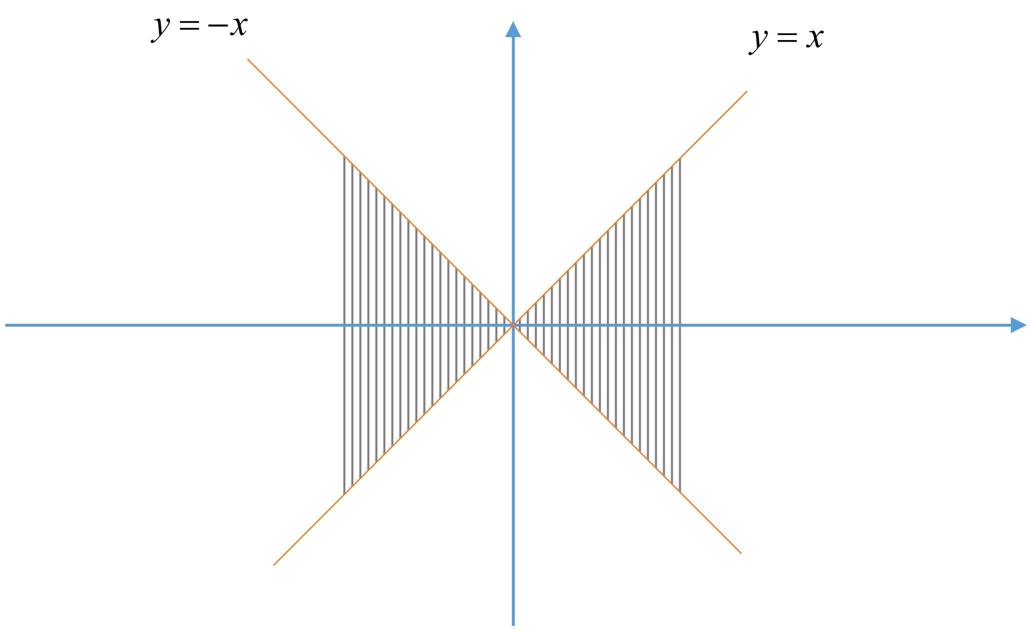
1- اكتب الإجابة في المكان المخصص لها 2- استخدم خلف الورقات والورقة الإضافية كمسودة

السؤال الأول (درجتان ونصف) أوجد مع الرسم مجال الدالة : $f(x,y) = 5 + \sqrt{x^2 - y^2}$

الحل : لكي تكون الدالة معرَفه يجب ان يتحقق الشرط $x^2 - y^2 \geq 0$ وبالتالي مجال الدالة هو:

$$D_f = \{(x,y) : x^2 \geq y^2\} = \{(x,y) : |x| \geq |y|\}$$

وهو مجموعة النقاط الواقعة على المستقيمين $y = x \ \& \ y = -x$ وداخل المنطقة الواقعة بينهما كما هو موضح بالشكل التالي :



السؤال الثاني (درجتان ونصف) برهن على أن النهاية $\lim\limits_{(x,y)\to(1,0)} \dfrac{(x-1)y}{(x-1)^2 + y^2}$ غيرموجودة

الحل:

المسار $y = m(x-1)$ يمر بالنقطة $(1,0)$ وعندما $x \neq 1$ فإن :

$$\lim_{x\to 1} f(x, m(x-1)) = \lim_{x\to 1} \frac{m(x-1)^2}{(x-1)^2 + m^2(x-1)^2} = \lim_{x\to 1} \frac{1}{1+m^2} = \frac{1}{1+m^2}$$

إذاً النهاية تعتمد على m وبالتالي النهاية غير موجودة

السؤال الثالث (درجتان) :

اثبت أن الدالة

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & ; \quad (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & ; \quad (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

متصلة عند النقطة $(0,0)$.

الحل :

باستخدام الاحداثيات القطبية $y=r\sin\theta\,,\ x=r\cos\theta$ & $x^2+y^2=r^2$ **وإذا كانت** $(x,y)\neq(0,0)$ **فإن** $r\neq 0$ **وبالتالي :**

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)=\lim_{r\to 0}\frac{r^2\sin\theta\cos\theta}{r}=\lim_{r\to 0} r\sin\theta\cos\theta=0=f(0,0)$$

وهذا يثبت اتصال الدالة عند (0.0).

السؤال الرابع (3 درجات) إذا كانت $f(x,y,z)=ze^{yz}+xy\sin(x+z)$ فأوجد كل من :

a) $\dfrac{\partial f}{\partial z}$

$$\frac{\partial f}{\partial z}=(1+yz)e^{yz}+xy\cos(x+z)$$

b) $f_x(-1,2,1)$

$$f_x = y\sin(x+z) + xy\cos(x+z)$$

$$f_x(-1,2,1) = -2$$

---

c) $f_{xy}(\pi,2,0)$

$$f_{xy} = \sin(x+z) + x\cos(x+z)$$

$$f_{xy}(\pi,2,0) = -\pi$$