


<p>Kingdom of Saudi Arabia</p> <p>Ministry of Higher Education</p> <p>KING SAUD UNIVERSITY</p> <p>Department of Mathematics</p> <p>College of Science</p>		<p>المملكة العربية السعودية</p> <p>وزارة التعليم العالي</p> <p>جامعة الملك سعود</p> <p>قسم الرياضيات</p> <p>كلية العلوم</p>
--	---	---

الإختبار الأول للفصل الأول (1442-1443) للمقرر 316 رياض

السؤال الأول:

(أ) تحقق من تعامد الدوال التالية على $[-1,1]$

$$f_1(x) = 1, \quad f_2(x) = x^2 - \frac{1}{3}, \quad f_3(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

ثم استخرج منها مجموعة متعامدة عياريا.

(ب) لنفرض أن مجموعة الدوال $\varphi_n(x)$, $n = 1,2,3, \dots$ منعامدة في $\mathcal{L}^2([a, b])$ فاثبت أن

$$\|\varphi_n + \varphi_m\|^2 = \|\varphi_n\|^2 + \|\varphi_m\|^2$$

السؤال الثاني:

(أ) ضع المعادلتين التاليتين في صيغة شتورم-ليوفيل:

$$x \in (-1,1) \text{ حيث أن } (x - x^2)y'' - 2xy' + \lambda y = 0$$

$$3x^2y'' + 4xy' + 6y + \lambda y = 0, x > 0$$

(ب) ماهي قيم λ التي تكون من أجلها الدالة $f(x) = e^{-(1-x)(1-\lambda)}\sqrt{x-1}$ في $\mathcal{L}^2(0, \infty)$

السؤال الثالث:

$$\begin{cases} e^x u'' + e^x u' + u e^{-x}(x + \lambda) = 0, \\ u(1) = 0, \quad u(2) = 0 \end{cases} \quad \text{(أ) لتكن لدينا المسألة الحدية:}$$

$$\int_1^2 e^x (u')^2 dx - A \int_1^2 u^2 dx = -B \int_1^2 x u^2 dx \quad \text{إذا كان } A, B \in R \text{ فاثبت أن:}$$

$$\begin{cases} xy'' + y' = -\frac{\lambda}{x}y \\ y'(1) = 0, \quad y'(e^{2\pi}) = 0. \end{cases} \quad \text{(ب) أوجد القيم الذاتية و الدوال الذاتية المرتبطة بها لمسألة شتورم ليوفيل:}$$

ثم أثبت أن الدوال الذاتية متعامدة على الفترة $(1, e^{2\pi})$.