|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **المملكة العربية السعودية****وزارة التعليم العالي****جامعة الملك سعود** | بسم الله الرحمن الرحيم |  |  |  **Kingdom of Saudi arabia** **Ministry of higher Education** **King Saud University** |
|  |  |  |
| STAT 436 | **Course Name:**  |  |  |  |
|  | **Of sciences.** |  **College:**  |
| STA T436 | **Course Code:** |
| /14411 | **Semester/Year:** |  | **Statistics andOperations reaserch and Statistics** |  **Department:** |
| 1.5 HOURS | **Duration:** |  |  |  |
|  |  |  |

**الإختبار الشهري الأول**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ إسم الطالب:**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_الشعبة:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **مجموع الدرجات** | **الدرجة** |
| **السؤال1**  | **7.00** |  |
| **السؤال2** | **7.00** |  |
| **السؤال3** | **6.00** |  |
| **السؤال4** | **10.00** |  |
| **المجموع** | **30.00** |  |

استعن بالله وأجب عن الأسئلة التالية:

**السؤال** **الأول** (7 درجات): أجب ب نعم أو لا

|  |  |
| --- | --- |
| السلسلة الزمنية هي مجموعة من المشاهدات تخص ظاهرة ما، جمعت بطريقة تسلسلية خلال فترة زمنية (أي أن للبيانات ترتيب زمني) | نعم |
| نقول إن العملية $\left\{y\_{t}\right\}$ منعكسة إذا كانت تحقق الشروط التالية:1. متوسط العملية ثابت لا يعتمد على الزمن.
2. تباين العملية ثابت لا يعتمد على الزمن.

دالة التغاير لا تعتمد على الزمن ولكن تعتمد على فرق الزمن time lag . | لا |
| تقيس دالة الارتباط الذاتي الجزئي $ϕ\_{kk}$ الارتباط بين المشاهدات التي يفصل بينها k فترة زمنية | لا |
| تقيس دالة الارتباط الذاتي $ρ\_{k}$ الارتباط بين المشاهدات التي يفصل بينها k فترة زمنية مع تثبيت أو إزالة تأثير المشاهدات التي تقع بينها | لا |
| وإذا كان التوزيع المشترك للعملية $\left\{y\_{t}\right\}$ لأي مجموعة جزئية من المتغيرات تتبع التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات عندئذ الاستقرار الضعيف يؤدي إلى الاستقرار التام. | نعم |
| مركبة التغيرات الموسمية أي وجود زيادة أو نقص على المدى الطويل في مستوى السلسلة | لا |
| ليس أفضل أسلوب للتنبؤ هو دائما الأسلوب الأكثر دقة | نعم |

**السؤال** **الثاني** (7 درجات):

إذا كانت السلسلة $\left\{Y\_{t}\right\}$ يمكن التعبير عنها بالشكل التالي:

$$Y\_{t}=β\_{0}+β\_{1}t+β\_{2}t^{2}+ε\_{t}$$

حيث $\left\{ε\_{t}\right\}$ سلسلة من المتغيرات العشوائية المستقلة لها توزيعات متناظرة بمتوسط صفر وتباين $σ\_{ε}^{2}$.

أوجد :

1. التوقع الرياضي للعملية $\left\{Y\_{t}\right\}$. (درجة واحدة)

....................................................................................................................................................................................................................................ُ...................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

1. التباين للعملية $\left\{Y\_{t}\right\}$. (درجتان)

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

1. دالة الارتباط الذاتي للعملية $\left\{Y\_{t}\right\}$. (ثلاث درجات)

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................................................................................................................................

1. هل تحقق السلسلة شروط الاستقرار الضعيف؟ ناقش. (درجتان)

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

**السؤال** **الثالث** (6 درجات):

 لتكن $\left\{y\_{t}\right\} $ عملية تتبع النموذجAR(1) ، وقيمة معلمة النموذج هي $ϕ\_{1}=0.5 $ ، وبفرض أن $E(y\_{t})=0$.

1. أكتب الشكل الرياضي للنموذج. (درجتان)

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

1. هل النموذج بهذه المعلمة مستقر؟ (درجة واحدة)

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

1. أوجد دالة الارتباط الذاتي لهذا النموذج. (ثلاث درجات)

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

**السؤال** **الرابع** (10 درجات):

 لتكن $\left\{y\_{t}\right\} $ عملية تتبع النموذجAR(2) ، وقيم المعالم هي $ϕ\_{1}=0.9, ϕ\_{2}=-0.4$ . (افترض أن $E(y\_{t})=0$)

1. أوجد الأوزان $ψ\_{j}$ في تمثيل العملية الخطية العامة لهذه العملية. (6 درجات)
2. ب - أوجد الأوزان $ψ\_{j}$ في تمثيل العملية الخطية العامة لهذه العملية. (3 درجات)

النموذج يأخذ الشكل:

$$y\_{t}=0.9 y\_{t-1}-0.4 y\_{t-2}+ε\_{t}$$

$$⇒(1-0.9B+0.4B^{2})y\_{t}=ε\_{t}$$

$⇒y\_{t}=(1-0.9B+0.4B^{2})^{-1}ε\_{t}$(1)

وبالعودة إلى تعريف العملية الخطية العامة:

$$y\_{t}=\sum\_{j=0}^{\infty }ψ\_{j}ε\_{t-j}$$

$$y\_{t}=\left(1+ψ\_{1}B+ψ\_{2}B^{2} +ψ\_{3}B^{3}+…\right)ε\_{t}$$

 $y\_{t}=ψ\left(B\right)ε\_{t} (2)$

لذلك من (1) و (2) تكون $Ψ\left(B\right)$ للعملية AR(2) هي:

$$ψ\left(B\right)=(1-0.9B+0.4B^{2})^{-1}$$

وبالضرب في $(1-0.9B+0.4B^{2})$ في الطرفين :

$$ψ\left(B\right)\left(1-0.9B+0.4B^{2}\right)=1$$

أي أن:

$$(1+ψ\_{1}B+ψ\_{2}B^{2}+…) (1-0.9B+0.4B^{2})=1$$

وحتى تتحقق هذه المساواة يجب أن تتساوى معاملات $B^{j}$ لقيم $j\geq 0$، كما يلي:

$$B^{1}: ψ\_{1}-0.9=0 ⟹ψ\_{1}=0.9$$

$$B^{2}: ψ\_{2}-0.9ψ\_{1}+0.4=0 ⟹ψ\_{2}=0.9ψ\_{1}-0.4=0.9^{2}-0.4=0.41$$

1. $B^{3}: ψ\_{3}-0.9ψ\_{2}+0.4ψ\_{1}=0 ⟹ψ\_{3}=-0.9ψ\_{2}-0.4ψ\_{1}$
2. $B^{4}: ψ\_{4}-0.9ψ\_{3}+0.4ψ\_{2}=0 ⟹ψ\_{4}=0.9ψ\_{3}-0.4ψ\_{2}$

وهكذا يمكن استنتاج الشكل العام للأوزان $ψ\_{j}$ لنموذج AR(2)، كما يلي:

$$$$

1. ت - أوجد معادلات يول-والكر للنموذج، واستخدمها في إيجاد $ρ\_{1}$ و $ρ\_{2}$. (4 درجات)

 بضرب طرفي معادلة النموذج في $y\_{t-k}$ وأخذ التوقع:

$$E(y\_{t}y\_{t-k})=0.9E(y\_{t-1}y\_{t-k})-0.4E(y\_{t-2}y\_{t-k})+E(ε\_{t}y\_{t-k})$$

$$γ\_{k}=0.9γ\_{k-1}-0.4γ\_{k-2}+E(ε\_{t}y\_{t-k})$$

وحيث :

$$E(ε\_{t}y\_{t-k})=\left\{\begin{array}{c}\begin{matrix}σ\_{ε}^{2}&, k=0\end{matrix}\\\begin{matrix}0&,k\ne 0\end{matrix}\end{array}\right\}$$

وبالتالي:

$$γ\_{k}=0.9γ\_{k-1}-0.4γ\_{k-2}, k>0$$

وبالقسمة على $γ\_{0}$ نستطيع الحصول على دالة الارتباط الذاتي:

$$ρ\_{k}=0.9 ρ\_{k-1}-0.4 ρ\_{k-2} , k=1,2,…$$

وهذه معادلات يول-والكر لهذا النموذج، ومنها نستطيع حساب قيم معاملات الارتباط الذاتي:

$$ρ\_{1}=0.9ρ\_{0}-0.4ρ\_{1}⟹ ρ\_{1}=\frac{0.9}{\left(1+0.4\right)}=0.643$$

$$ρ\_{2}=0.9ρ\_{1}-0.4ρ\_{0}⟹ ρ\_{1}=0.9\left(0.643\right)-0.4=0.1787$$

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................