

السؤال الأول (6+3+3)

(أ): أوجد مجال الدالة $f(x, y) = \sqrt{25 - x^2 - y^2} + \ln(2 + x)$ (وضح إجابتك بالرسم).

(ب): أختبر وجود كل من النهايتين التاليتين وأحسب النهاية في حالة وجودها:

$$(ii) \lim_{(x,y) \rightarrow (1,-2)} \frac{3xy + 5}{3x - 5} \quad (i) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + y^2}{x^2 + y^2}$$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2(y-2)}{x^2 + (y-2)^2} & (x, y) \neq (0, 2) \\ 0 & (x, y) = (0, 2) \end{cases} \quad \text{(ج): أدرس قابلية تفاضل الدالة}$$

عند كل من النقطتين (0,2) و (1,1).

السؤال الثاني (6+2)

(أ): أحسب $\frac{\partial w}{\partial y}$ عند النقطة (-2, 1, -3) حيث $w = \cos(u + 2v)$, $u = z - 2x + \frac{\pi}{4}$, و $v = \frac{z}{2} + y + \frac{\pi}{4}$ (ب): أوجد القيم القصوى وحدد نوعها للدالة $f(x, y) = x^3 - (y - 4)^2 + 2y - 12x + 7$

السؤال الثالث (5 درجات)

أحسب التكامل $\iint_R (4 + \cos(x^2)) dA$ حيث R المنطقة المحدودة بالمستقيمات $y = x$ & $y = 0$, $x = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$