

لا يكتب في هذا الهامش

بكارية مقررات الرياضيات
 (الفصل الأول)

(أ) أ حسب نتائج المقدار: $\frac{i^4 + i^9 + i^{16}}{2 - i^5 + i^{10} - i^{15}}$

(ب) صف وأرسم المحل الهندسي لكل مما يلي:

(أ) $|z - i| = 2$ (ب) $|z + 2i| + |z - 2i| = 6$ (ج) $z(\bar{z} + 2) = 3$ (د) $\text{Im}(z^2) = 4$

(ب) صف هندسياً كل منطقة من المناطق التالية:

(أ) $1 < |z + i| \leq 2$ (ب) $\text{Re}(z^2) > 1$ (ج) $|z + 3i| > 4$ (د) $|z + 2 - 3i| + |z - 2 + 3i| < 10$

(ج) أ حسب المقدار التالي: $\left(\frac{\sqrt{3} - i}{\sqrt{3} + i}\right)^4 \left(\frac{1 + i}{1 - i}\right)^5$

(أ) أ حسب أم: $\frac{\sin(4\theta)}{\sin(\theta)} = 8\cos^3(\theta) - 4\cos(\theta)$

$\frac{\sin(\theta)}{\sin(\theta)} = 2\cos(3\theta) + 2\cos(\theta)$

(ب) أ حسب أم: $\cos(4\theta) = 8\sin^4(\theta) - 8\sin^2(\theta) + 1$

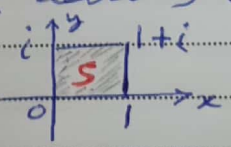
(د) أ وجد جميع الجذور: (أ) $(-4 + 4i)^{\frac{1}{5}}$ (ب) $(2 + 2\sqrt{3})^{\frac{1}{3}}$ (ج) $(-16i)^{\frac{1}{4}}$

(هـ) حل كلًا من المعادلات: (أ) $z^4 + 81 = 0$ (ب) $z^6 + 1 = \sqrt{3}i$

(أ) أ حسب أم: $1 + \cos(72^\circ) + \cos(144^\circ) + \cos(216^\circ) + \cos(288^\circ) = 0$

(أ) أ وجد كل الجذور: $(1 + z)^5 = (1 - z)^5$

(أ) لنكن S مجموعة كل الأعداد a + ib حيث a, b ∈ ℝ الواقعة داخل المربع. هل S منطقة؟ محدودة؟ مفتوحة؟ متراصة؟ نظرها؟



(أ) أ حسب أم معادلة الخط المار ب z₁ و z₂ تُعطى ب: $\arg\left(\frac{z - z_1}{z_2 - z_1}\right) = 0$

(ب) مثل هندسياً مجموعة الأعداد z لكل مما يلي:

(أ) $|z| > |z - 1|$ (ب) $|z + 2| > 1 + |z - 2|$

نماذج مقررات الامتحان - فصل 1 - 1444 هـ

الفصل الثاني

1) أوجد صورة المربع الذي رؤوسه (0,0), (1,0), (1,i), (0,i) تحت التمرير لكل من الدالتين: (أ) $f(z) = z^2$ (ب) $f(z) = \frac{1}{z+1}$

2) أوجد قيم ح: (أ) $e^{4z} = i$ (ب) $e^{3z} = 1$

3) أثبت أنه لا توجد جذور المعادلة: $\sin(z) = a$ حقيقية حيث $-1 < a < 1$

4) أوجد جميع القيم: (أ) $\log(-4)$ (ب) $\log(\sqrt{3}-i)$

5) أوجد جميع القيم: (أ) $\sin^{-1}(2)$ (ب) $\cos^{-1}(i)$ (ج) $\cosh^{-1}(i)$ (د) $(1+i)^{i\sqrt{2}}$ (هـ) $\cosh\left(\frac{\pi i}{2}\right)$

6) أوجد حسب التناهيته: $\lim_{z \rightarrow i} \frac{z^2+1}{z^6+1}$ و $\lim_{z \rightarrow 1+i} \left[\frac{z-1-i}{z^2-2z+2} \right]^2$

7) أوجد نقاط عدم الاتصال لكل دالة:

(أ) $f(z) = \frac{2z-3}{z^2+2z+2}$ (ب) $f(z) = \cot(z)$ (ج) $f(z) = \frac{\tanh z}{z^2+1}$

8) أثبت أنه المعادلة: $\tan(z) = (z)$ لا تملك جذور حقيقية

9) أثبت أنه جميع المقادير $(1-i)^{\sqrt{2}}$ تقع على خط مستقيم

تمارين مقررة ٤١٧ من فصل ١ - ١٤٤٢

الفصل الثالث

١) أثبت أنه $f(z)$ غير موجودة عند أي نقطة حيث $f(z) = z \bar{z}$

٢) أوجد النقاط الشاذة لكل من الدوال: (أ) $f(z) = \frac{3z-2}{z^2+2z+5}$ (ب) $f(z) = \frac{z}{z+i}$

٣) أثبت أنه الدالة $f(z) = x^2 + iy^3$ غير تحليلية في أي مكان حل معادلتها كوشي-ريمان متحققة عند $(0,0)$ ؟

٤) أثبت أنه الدالة $u = x^2 - y^2 - 2xy - 2x + 3y$ توافقية، وأوجد المرافض التوافقية لها v . عبر عن $f(z) = u + iv$ بدلالة z .

٥) أوجد النقاط الشاذة وضحها لكل من الدوال:

(أ) $f(z) = \frac{z^2 - 3z}{z^2 + 2z + 2}$ (ب) $f(z) = \frac{\log(z+3i)}{z^2}$ (ج) $f(z) = \sin^{-1}(\frac{1}{z})$

(د) $f(z) = \sqrt{z(z^2+1)}$ (هـ) $f(z) = \frac{\cos(z)}{(z+i)^3}$ (و) $f(z) = \frac{z+3}{z^2-1}$ (ز) $f(z) = \frac{z^2+1}{z^{\frac{3}{2}}}$ (ح) $f(z) = \csc(\frac{1}{z})$

٦) أوجد دالة تحليلية $f(z)$ بحيث $\text{Re}\{f(z)\} = 3x^2 - 4y - 3y^2$ و $f(1+i) = 0$

٧) أثبت أنه $f(z) = |z|^4$ قابلة للاشتقاق عند $z=0$ ، لكنها ليست تحليلية عندها

٨) إذا كانت كل u و v توافقية في نطاق D ، فأثبت أنه الدالة $g(z) = (u_y - v_x) + i(u_x + v_y)$ تحليلية في D .



تمارين مقرّر ٤٨٧ رياض - فصل ١ - ١٤٤٢ هـ
الفصل الرابع

(١) أ حسب $\int_C (3xy + i z^2) dz$ على القطعة المستقيمة الواصلة بين $z = 2 - i$ و $z = 2$

(٢) أ حسب $\int_C z^2 dz$ حول الدوائر: (أ) $|z| = 1$ (ب) $|z - 1| = 1$

(٣) أثبت أن $\int_0^{2\pi} e^{\cos \theta} \cos(\theta + \sin \theta) d\theta = \int_0^{2\pi} e^{\cos \theta} \sin(\theta + \sin \theta) d\theta = 0$.
(استخدم حساب التكامل $\int_C z^2 dz$ حول الدائرة $|z| = 1$)

(٤) أ حسب التكامل $\int_C \frac{e^{iz}}{z^3} dz$ حيث C الدائرة $|z| = 2$

(٥) أ حسب: $\int_C \frac{e^{zt}}{(z^2+1)^2} dz$ حيث $|z| = 3$ ، C و $t > 0$

(٦) أ وجد القيمة العظمى لـ $|f(z)|$ في $|z| \leq 1$:

- (أ) $f(z) = z^2 - 3z + 2$
- (ب) $f(z) = z^4 + z^2 + 1$
- (ج) $f(z) = \cos(3z)$
- (د) $f(z) = \frac{2z+1}{2z-1}$

(٧) أ حسب: $\int_C \frac{z^2 dz}{z^2+4}$ حيث C المربع الذي رؤوسه $\pm 2, \pm 2+4i$

(٨) أثبت أنه الدالة $(x^2 - y^2) + i(x^2 + y^2)$ لا ليس لها مشتق عظمى ولا صغرى مطلقتين داخل الدائرة $|z| = 1$.



تمارين مقررة ٤٨٧ ريف - فصل ١ - ١٤٤٢ هـ
الفصل الخامس

١) أثبت أنه: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{z^n}{n!} = 0$ لكل $z \in \mathbb{C}$

٢) أوجد متسلسلة لوران للدالة $f(z) = \frac{z}{(z-1)(z-2)}$ في كلٍّ من النقطتين:
(أ) $|z| < 1$ (ب) $1 < |z| < 2$ (ج) $|z| > 2$

٣) حدد و صنف كل النقاط الشاذة لكل دالة مما يلي:

(أ) $f(z) = \frac{1}{(2\sin z - 1)^2}$ (ب) $f(z) = \frac{z}{e^z - 1}$

(ج) $f(z) = \cos(z^2 + \bar{z}^2)$ (د) $f(z) = \tan^{-1}(z^2 + 2z + 2)$

(هـ) $f(z) = \frac{z}{e^z - 1}$

٤) ليكن $f(z) = \frac{\tan^{-1}(z)}{z^4}$

(أ) كتبت متسلسلة لوران للدالة $f(z)$

(ب) حدد منطقة تقارب المتسلسلة في (أ)

(ج) أحسب الكاملية $f(z)$ حيث C المربع الذي رؤوسه $2+2i, -2+2i, -2-2i, 2-2i$

٥) أوجد مجموعة المتسلسلة: $1 + \cos(\theta) + \frac{\cos(2\theta)}{2!} + \frac{\cos(3\theta)}{3!} + \dots$



تكملة مقررات ٤٨٧، رفيد - فصل ١ - ٤٤٢
الفصل السادس

١) لكل دالة $f(z)$ حدود الأقطاب والرواسب عند كل قطب :
 (أ) $f(z) = \frac{2z+1}{z^2-z-2}$ (ب) $f(z) = \left(\frac{z+1}{z-1}\right)^2$ (ج) $f(z) = \frac{\sin z}{z^2}$

٢) باستخدام الرواسب : أ حسب التكامل $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^4+x^2+1}$

٣) باستخدام الرواسب : أ حسب التكامل $\int_0^{\infty} \frac{\cos(x)}{(x^2+1)^5} dx$

٤) أ حسب التكامل $\int_0^{2\pi} \frac{\cos^2(3\theta)}{5-4\cos(2\theta)} d\theta$

أ) أوجد لهما وزاوية كل من الأعداد المركبة:
(أ) $1 - e^{i\theta}$ (ب) $1 + e^{i\theta}$ (ج) $e^{i\theta_1} - e^{i\theta_2}$

ب) حل المعادلة: $z^3 = \frac{1+i}{1+i\sqrt{3}}$

ب) أوجد ناتج المقادير: $\cos\left(\frac{\pi}{7}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) \cos\left(\frac{4\pi}{7}\right)$
بدون استخدام الحاسبة.

ع) لدينا $f(z) = \frac{1}{z}$. أوجد صورة كل من المنحنيات التالية
سحت تأثير $f(z)$:

(أ) المستقيم $y = 3$. (ب) الدائرة $|z - 3| = 2$.
(ج) الدائرة $x^2 + y^2 = 2x$. (د) الخط $y = 4x$

ع) أثبت أن: $z + \frac{1}{z} \in \mathbb{R} \Leftrightarrow |z| = 1$ or $z \in \mathbb{R}$ (حيث $z \neq 0$)

ف) صف وأرسم النقاط z التي تحقق كلاهما يلي:

(أ) $z^2 = |z|$ (ب) $|z - 2i| = |z + 4i|$ (ج) $\frac{1}{z} = \bar{z}$

ف) أوجد الجذور التربيعية للعدد: $-3 - 4i$

ف) لكن $w = \sqrt{2 - \sqrt{2}} - i\sqrt{2 + \sqrt{2}}$ أوجد w^4

أ) أوجد المجموع $\sum_{k=1}^n \cos^2(kx)$

أ) حل المعادلة $(1 - z)^n = (1 + z)^n$



لكل من الدوال التالية ، أوجد النقاط التي عندها الدالة قابلة للاشتقاق :

(أ) $f(z) = f(x+iy) = x^2 + axy + by^2$ $a, b \in \mathbb{R}$

(ب) $f(z) = f(x+iy) = x^2 + 3y^2 + 2ixy$

ج) حل المعادلة $\sin(z) = 4$

د) إذا كانت كل من u و u^2 توافقية ، فأثبت أن u ثابتة (على مجال D)



① أمثبت أن: $\int_{\gamma} \frac{e^{zt}}{1+z^2} dz = \sin(t)$, $t > 0$ حيث γ الدائرة التي مركزها 0 ونصف قطرها 3 في الاتجاه الموجب.

② أم حسب التكامل $\int_{\gamma} \frac{\sin(\pi z^2) + \cos(\pi z^2)}{(z-1)(z-2)} dz$ حيث γ الدائرة التي مركزها 0 ونصف قطرها 3 في الاتجاه الموجب.

③ أم حسب التكامل $\int_{\gamma} \frac{1}{z^2+2} dz$ حيث γ الدائرة التي مركزها 0 ونصف قطرها 1 في الاتجاه الموجب.

④ ليكن f تحليلية على قرص الوحدة D . افترض أنه لكل $z \in D$ $|f(z^2)| \geq |f(z)|$. أمثبت أن f دالة ثابتة.

⑤ ليكن $\Omega = \{z = x+iy \in \mathbb{C} : -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}\}$ و $f(z) = e^{e^z}$ أم حسب $\sup_{z \in \Omega} |f(z)|$.

⑥ أمثبت أن:

(أ) $\int_0^{2\pi} \cos(\cos \theta) \cosh(\sin \theta) d\theta = 2\pi$

(ب) $\int_0^{2\pi} e^{\cos \theta} \cos(\sin \theta) \cos(\theta) d\theta = \pi$



ب في
امش

صنف النقاط الشاذة لكل من الدوال التالية:

(ب) $f(z) = z(e^{\frac{1}{z}} - 1)$

(د) $f(z) = \frac{1 - \cos(z)}{\sin^2(z)}$

(ج) $f(z) = \sin(e^{\frac{1}{z}})$

(هـ) $f(z) = z^2 \sin\left(\frac{z}{z+1}\right)$

(و) $f(z) = \frac{1}{\sin\left(\frac{1}{z}\right)}$

(ز) $f(z) = e^{\cot(z)}$

(ح) أوجد متسلسلة لوران للدالة: $f(z) = e^{\frac{\lambda}{2}(z + \frac{1}{z})}$ في جوار $z=0$ حيث $\lambda \in \mathbb{C} - \{0\}$.

(ط) أوجد الراتب لكل دالة عند تقاطعها الشاذة:

(ب) $f(z) = \frac{1}{\sin(\pi z)}$

(د) $f(z) = \frac{1}{z+z^3}$

(ج) $f(z) = \frac{\sin(\pi z)}{(z-1)^3}$

(هـ) $f(z) = \frac{z^2}{(1+z)^3}$

(و) $f(z) = \frac{z^2}{1+z^4}$

(ز) $f(z) = (z-1)e^{\frac{1}{z}}$



(1) باستخدام الزوايا احسب التكاملات التالية:

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{(1+a\cos\theta)^2}, \quad 0 < a < 1 \quad (أ)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^n} \quad (ب)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x \sin(\alpha x)}{(x^2+a^2)^2} dx \quad (ج)$$

$$\int_0^{\infty} \sin(x^2) dx \quad (د)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos(px)}{\cosh(x)} dx = \frac{\pi}{2 \cosh(\frac{p\pi}{2})}; \quad p \in \mathbb{R} \quad (هـ)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x \sin(\lambda x)}{1+x^4} dx, \quad \lambda \in \mathbb{R} - \{0\} \quad (و)$$