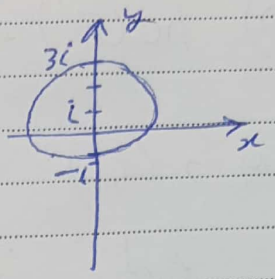
لا يكتب في هذا الهامش

1.53: $i^n = \begin{cases} 1 & n=4k \\ i & n=4k+1 \\ -1 & n=4k+2 \\ -i & n=4k+3 \end{cases}$

(i) $\dfrac{i^4+i^9+i^{16}}{2-i^5+i^{10}-i^{15}} = \dfrac{1+i+1}{2-i-1+i} = \dfrac{2+i}{1} = 2+i$

1.71: (a) z: معادلة دائرة مركزها i ونصف قطرها 2



(b) z: قطع ناقص بؤرتاه $(0,2)$ و $(0,-2)$ ورأساه على محور y: $(0,3)$ $(0,-3)$ ورأساه على محور x: $(\sqrt{5},0)$ و $(-\sqrt{5},0)$

(التفصيل اكمل انظر سؤال مشابه: ١٣ ص ٧ (من مذكرتي))

(c) z: قطع زائد بؤرتاه $(3,0)$ و $(-3,0)$ ورأساه $(2,0)$ و $(-2,0)$

(d) $z\bar{z} + 2z = 3 \Rightarrow 2z = 3 - |z|^2$

$\Rightarrow 2(x+iy) = 3-(x^2+y^2)$ & $2y=0 \Rightarrow y=0$

$\Rightarrow 2x = 3-(x^2+y^2)$

$\Rightarrow 2x = 3-x^2 \Rightarrow x^2+2x-3=0$

$(x+3)(x-1)=0$

(خطأ وارد سياق) $\Rightarrow x=-3$ or $x=1$

(e) $Im(z^2)=4 \Rightarrow Im\{(x+iy)^2\}=4$

$Im\{x^2-y^2+2xyi\}=4 \Rightarrow x^2-y^2=0$ & $2xy=4$

$\Rightarrow x=\pm y$ & $xy=2$

$x=-1$ يسقط $\Rightarrow x=y$ & $xy=2$

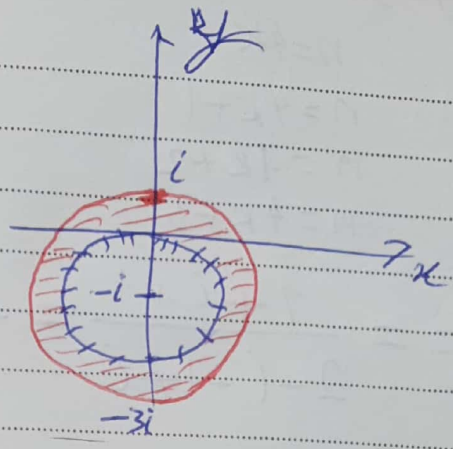
$\Rightarrow x^2=2 \Rightarrow x=\pm\sqrt{2}$, $y=\pm\sqrt{2}$

z هي النقطتان $(\sqrt{2},\sqrt{2}),(-\sqrt{2},-\sqrt{2})$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

لا يكتب في
هذا الهامش

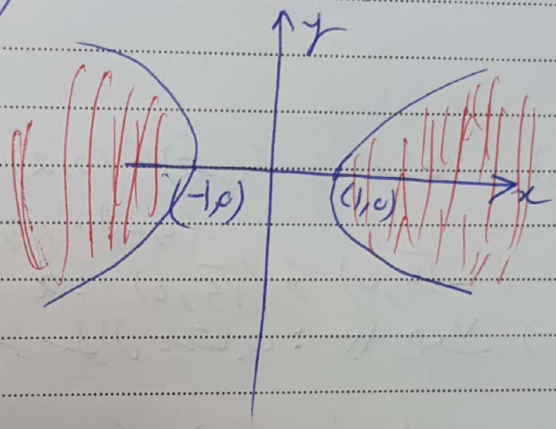
1.73 : (a)



(b) $Re(z^2)=1 \Rightarrow Re(x^2-y^2+2xyi)=1$

$\Rightarrow x^2-y^2=1$

قطع زائد مركزه (0,0) ورأساه (1,0) و (-1,0)



لدينا

$Re(z^2) > 1$

$x^2-y^2 > 1$

هل المتغيران مرتبطان أم لا؟

لأنهما يحققان المتراجحة

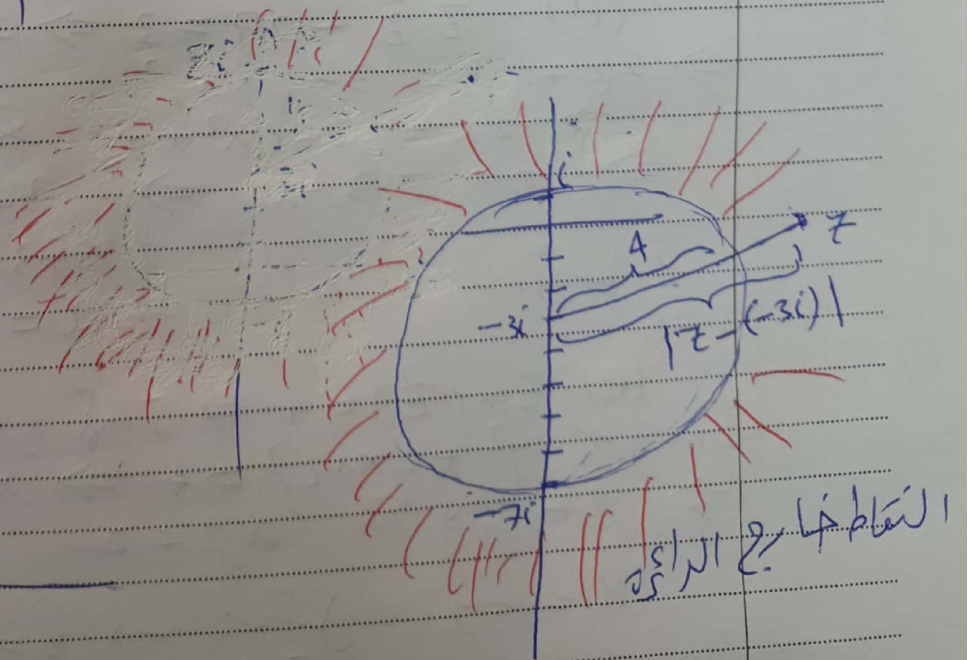
خذ $(x,y)=(2,0)$

$x^2-y^2=4-0>1$

وخذ $(x,y)=(-2,0)$

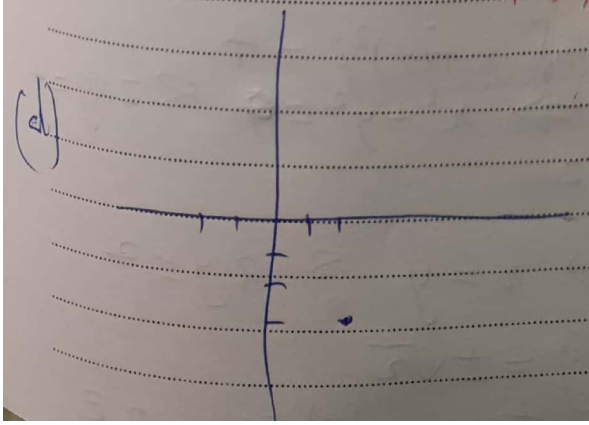
$x^2-y^2=4-0>1$

(c)



النقاط خارج الدائرة

(d)



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

لا يكتب في هذا الهامش

1.89 : (e) $\left(\frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i}\right)^4\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^5 =$

$$\left(\frac{\sqrt{3}\,e^{-i\frac{\pi}{6}}}{\sqrt{3}\,e^{i\frac{\pi}{6}}}\right)^4\cdot\left(\frac{\sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}\,e^{-i\frac{\pi}{4}}}\right)^5 =$$

$$\left(e^{-i\cdot\frac{\pi}{3}}\right)^4\cdot\left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^5 =$$

$$e^{-i\cdot\frac{4\pi}{3}}\cdot e^{i\cdot\frac{5\pi}{2}} = e^{i\cdot\frac{7\pi}{6}} = \cos\frac{7\pi}{6}+i\cdot\sin\frac{7\pi}{6}$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$$

1.93 : سنتذكر دي موافر

$$(\cos\theta+i\cdot\sin\theta)^n = \cos(n\theta)+i\sin(n\theta),\ n\in\mathbb{Z}$$

$\therefore n=4$ نضع

$$(\cos\theta+i\sin\theta)^4 = \cos(4\theta)+i\sin(4\theta)$$

$$\cos^4\theta+\binom{4}{1}\cos^3\theta(i\sin\theta)+\binom{4}{2}\cos^2\theta(i\sin\theta)^2+\binom{4}{3}\cos\theta(i\sin\theta)^3$$
$$+\binom{4}{4}(i\sin\theta)^4 = \cos(4\theta)+i\sin(4\theta)$$

الجزء الحقيقي = الجزء الحقيقي و الجزء التخيلي = الجزء التخيلي

$$\cos^4\theta+6\cos^2\theta\sin^2\theta+\sin^4\theta = \cos(4\theta)$$

$$(1-\sin^2\theta)^2-6(1-\sin^2\theta)\sin^2\theta+\sin^4\theta = \cos(4\theta)$$

$$1-2\sin^2\theta+\sin^4\theta-6\sin^2\theta+6\sin^4\theta+\sin^4\theta = \cos(4\theta)$$

$$8\sin^4\theta-8\sin^2\theta+1 = \cos(4\theta)$$ (فقرة b)

وكذلك الجزء التخيلي = الجزء التخيلي

$$4\cos^3\theta\sin\theta-4\cos\theta\sin^3\theta = \sin(4\theta)$$

بالقسمة على $\sin\theta$:

$$4\cos^3\theta-4\cos\theta\cdot\sin^2\theta = \frac{\sin 4\theta}{\sin\theta}$$

$$4\cos^3\theta-4\cos\theta(1-\cos^2\theta) =$$

$$8\cos^3\theta-4\cos\theta = 2\cos(3\theta)+2\cos\theta$$

انظر عرض ١٨ صـ ١٢ من مذكرتي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

لا يكتب في
هذا الهامش

1.157: (a) $|z|^2 > |z-1|^2$

$z \cdot \bar{z} > (z-1)(\bar{z}-1)$

$z\bar{z} > z\bar{z} - z - \bar{z} + 1$

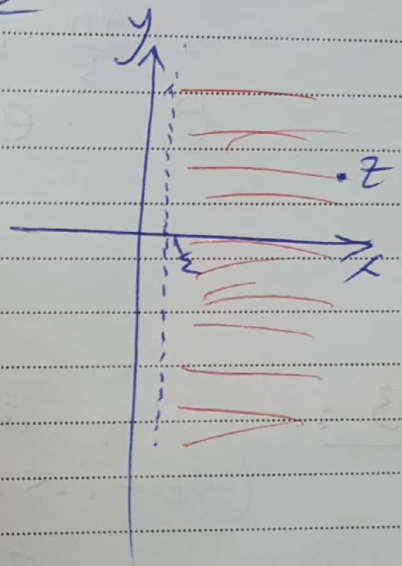
$z + \bar{z} > 1$

$\frac{z+\bar{z}}{2} > \frac{1}{2}$

$Re(z) > \frac{1}{2}$

$x > \frac{1}{2}$

المنطقة التي عين الخط $x = \frac{1}{2}$

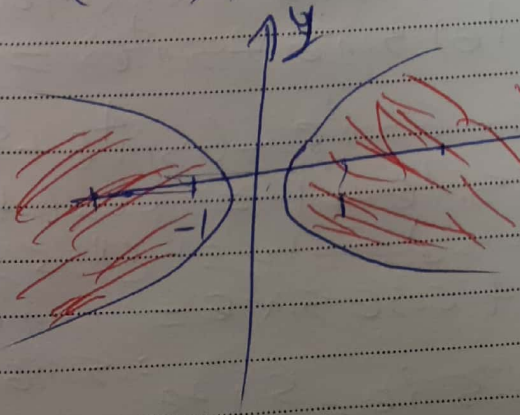


(b) $|z+2| - |z-2| > 1$

$|z+2| - |z-2| = 1$

هذه معادلة قطع زائد رأساه $(\frac{1}{2}, 0)$ و $(-\frac{1}{2}, 0)$

وبؤرتاه $(-2, 0)$ و $(2, 0)$



اختبر $z = 0$

$|2| - |-2| \not> 0$

$\Leftarrow z = 0$ لا تحقق المتباينة

$\Leftarrow$ المنطقة هي الحمراء

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner