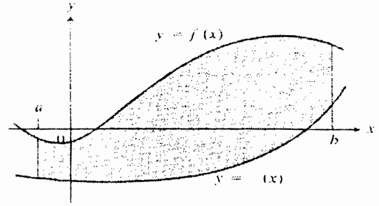
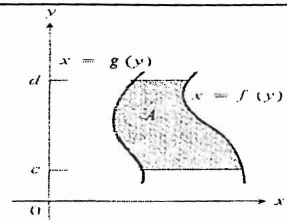
١٤٣				$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$
١٤٤	حساب المساحات			$A = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx$
١٤٥				$A = \int_c^d [f(y) - g(y)]dy$
١٤٦	حساب الحجوم	طريقة الأقراص الدائرية	حجم الجسم الناتج عن الدوران حول محور x للمنطقة المحصورة بالمنحنيين $y=f(x)$ و $y=g(x)$ والمستقيمين $x=b$ و $x=a$ حيث $f(x)\ge g(x)$	$V = \int_a^b \pi[(f(x))^2 - (g(x))^2]dx$
١٤٧			حجم الجسم الناتج عن الدوران حول محور y للمنطقة المحصورة بالمنحنيين $x=f(y)$ و $x=g(y)$ والمستقيمين $y=c$ و $y=d$ حيث $f(y)\ge g(y)$	$V = \int_c^d \pi[(f(y))^2 - (g(y))^2]dy$
١٤٨		طريقة الشرائح الأسطوانية	حجم الجسم الناتج عن الدوران حول محور y للمنطقة المحصورة بالمنحنيين $y=f(x)$ و $y=g(x)$ والمستقيمين $x=b$ و $x=a$ حيث $f(y)\ge g(y)$	$V = \int_a^b 2\pi x[f(x) - g(x)]dx$
١٤٩			حجم الجسم الناتج عن الدوران حول محور x للمنطقة المحصورة بالمنحنيين $x=f(y)$ و $x=g(y)$ والمستقيمين $y=c$ و $y=d$ حيث $f(y)\ge g(y)$	$V = \int_c^d 2\pi y[f(y) - g(y)]dy$
١٥٠	المعادلات التفاضلية	القابلة للفصل	$f(x)dx = g(y)dy$	تكامل $f(x)$ بالنسبة إلى x وتكامل $g(y)$ بالنسبة إلى y
١٥١		الخطية	$y' + P(x)\,y = Q(x)$	$y = \frac{1}{\rho(x)}[\int \rho(t)Q(t)dt + C]$ حيث $\rho(x) = e^{\int P(t)dt}$

ملحق (٢): حلول المسائل ذات الأرقام الفردية

الفصل الأول:

القطع المكافئ

١. البؤرة: $F(\frac{3}{4},0)$ ، الرأس $V(0,0)$، معادلة الدليل : $x=-\frac{3}{4}$

٣. البؤرة : $F(0,1)$ ، الرأس $V(0,0)$، معادلة الدليل : $y=-1$

٥. $y^2 = 20x$

٧. البؤرة: $F(0,-1)$ ، الرأس $V(0,-\frac{1}{2})$، معادلة الدليل : $y=0$

٩. البؤرة : $F(-4,4)$، الرأس $V(-2,4)$، معادلة الدليل : $x=0$

١١. $(y-1)^2 = -12(x+1)$

١٣. البؤرة : $F(-\frac{7}{2},2)$ ، الرأس $V(-4,2)$، معادلة الدليل : $x=-\frac{9}{2}$

١٥. البؤرة : $F(-3,-1)$، الرأس $V(-3,1)$، معادلة الدليل : $y=3$

١٧. $(y+1)^2 = 8(x-1)$

القطع الناقص

١٩. المركز $P(0,0)$ ، البؤرتان $F_1(0,4)$ ، $F_2(0,-4)$ ، الرأسان $V_1(0,5)$ ، $V_2(0,-5)$ طرفا المحور الأصغر $W_1(3,0)$ ، $W_2(-3,0)$.

٢١. $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$

٢٣. المركز $P(2,1)$ ، البؤرتان $F_1(2,5)$ ، $F_2(2,-3)$ ، الرأسان $V_1(2,6)$ ، $V_2(2,-4)$ طرفا المحور الأصغر $W_1(5,1)$ ، $W_2(-1,1)$.

٢٥. $\frac{x^2}{13} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$

القطع الزائد

٢٧. المركز $P(0,0)$ ، البؤرتان $F_1(0,\sqrt{34})$ ، $F_2(0,-\sqrt{34})$ ، الرأسان $V_1(0,5)$ ، $V_2(0,-5)$

٢٩. $x^2-\frac{y^2}{3}=1$

٣١. المركز $P(2,1)$ ، البؤرتان $F_1(2,1+\sqrt{34})$ ، $F_2(2,1-\sqrt{34})$ ، الرأسان $V_1(2,6)$ ، $V_2(2,-4)$ ،

٣٣. $\frac{x^2}{16}-\frac{(y-4)^2}{9}=1$

تمارين عامة

٣٥. البؤرة : $F(-1,\frac{17}{8})$ ، الرأس $V(-1,2)$ ، معادلة الدليل : $y=\frac{15}{8}$

٣٧. المركز $P(-1,0)$ ، البؤرتان $F_1(-1,\sqrt{5})$ ، $F_2(-1,-\sqrt{5})$ ، الرأسان $V_1(-1,3)$ ، $V_2(-1,-3)$ ، طرفا المحور الأصغر $W_1(1,0)$ ، $W_2(-3,0)$.

٣٩. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$

٤١. المركز $P(-1,0)$ ، البؤرتان $F_1(-1,\sqrt{13})$ ، $F_2(-1,-\sqrt{13})$ ، الرأسان $V_1(-1,2)$ ، $V_2(-1,-2)$ ،

٤٣. $\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{9}=1$

٤٥. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{36}=1$

الفصل الثاني:

المصفوفات

١. $A+B=\begin{pmatrix} 0 & 12 \\ -10 & 10 \\ -10 & 10 \end{pmatrix}$

٣. $AB=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 7 & -5 \end{pmatrix}$

٥. $A+B'-CD=\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -4 & -4 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

٧. $\begin{pmatrix} 12 & 13 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

٩. $\begin{pmatrix} 14 \\ -10 \\ 6 \\ 14 \end{pmatrix}$

١١. $\begin{pmatrix} 7 & 1 & -4 & -7 \\ -9 & -4 & 9 & 2 \\ 3 & 7 & -3 & -9 \\ -1 & -4 & -5 & 6 \end{pmatrix}$

١٣. $\begin{pmatrix} -15 & -27 & 6 & -21 & -9 \end{pmatrix}$

١٥. $\begin{pmatrix} -12 & -6 & 9 & 0 \\ 3 & -18 & -9 & 12 \end{pmatrix}$

١٧. $\begin{pmatrix} 6 & 16 & 3 \\ -16 & 8 & 19 \\ 31 & -14 & 15 \end{pmatrix}$

١٩. 35

٢١. -61

٢٣. $\begin{pmatrix} 10 & 27 & -14 & 15 & -7 \end{pmatrix}$

٢٥. $\begin{pmatrix} -60 & 18 & 10 \end{pmatrix}$

٢٧. $\begin{pmatrix} 15 & 2 & 40 & 2 & 34 \end{pmatrix}$

٢٩. $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

٣١. $\begin{pmatrix} 13 \\ -1 \\ 10 \end{pmatrix}$

٣٣. $\begin{pmatrix} 19 & -13 \\ 17 & -43 \end{pmatrix}$

٣٥. $\begin{pmatrix} -20 & 10 \\ 8 & -2 \\ -4 & 16 \end{pmatrix}$

٣٧. $\begin{pmatrix} 6 & -10 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$

٣٩ $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \\ -10 & -6 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}$

٤١. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 & 1 \\ 8 & 8 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

٤٣. $AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 9 & 2 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ و

$BA = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 2 \\ 4 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 8 \end{pmatrix}$

المحددات

٤٥. $\det A = \begin{vmatrix} 2 & 10 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} = 20$

٤٧. $\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -3 & 12 & 9 \end{vmatrix} = -18$

٤٩. $\det A = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 7 & 0 & 1 \\ 4 & 8 & 0 \end{vmatrix} = 64$

٥١. $\det A = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 0$

٥٣. -14 ٥٥. 15 ٥٧. -2λ ٥٩. $-\frac{2}{5}$

٦١. ١١ ٦٣. 45 ٦٥. 48 ٦٧. -28

٦٩. 2 ٧١. 18

الفصل الثالث:

١. $(3 , 5)$ ٣. $(-3 , 3)$ ٥. $(1 , 2)$ ٧. $(3 , 2)$

٩. $(15 , 6)$ ١١. $(3 , 4)$ ١٣. $(2 , 3)$ ١٥. $(5 , 6 , 7)$

١٧. $(10 , 20 , 25)$ ١٩. $(1 , 2 , 3)$ ٢١. $(3 , 4 , 5)$

٢٣. $(6 , 8 , 10)$ ٢٥. $(2 , 3 , 4 ,5)$ ٢٧. $(-4 , -3 , 2 ,5)$

٢٩. $(a-c , b+c , 0 , a-b)$ ٣١. $(1 , 1 , 1 ,1)$

الفصل الرابع:

[تكامل مباشر]

١. $x+c$ ٣. $-٤ \cot x - ٢ \sec x + c$ ٥. $\frac{3}{4}\sin 2x + \frac{3}{2}x + c$

[تكامل بالتعويض]

٧. $\frac{1}{36}(2x^2-3)^9 + c$ ٩. $\frac{2}{5}(\sqrt{t}+3)^5 + c$ ١١. $3\sin\sqrt[3]{x} + c$

١٣. $\frac{1}{2}(1+\sqrt{\cos x})^4 - \frac{2}{3}(1+\sqrt{\cos x})^3 + c$ ١٥.

$\frac{1}{4}(x^2-1)^2 + (x^2-1) + \frac{1}{2}\ln|x^2-1| + c$

[تكامل بالتجزيء]

١. $x \sin x + \cos x + c$ ٣. $x\tan^{-1}x - \frac{1}{2}\ln(1+x^2) + c$ ٥.

$x^2e^x - 7xe^x + 7e^x + c$

٧. $\frac{1}{2}e^x \sin x + \frac{1}{2}e^x \cos x + c$ ٩. $\frac{x^4}{4}\ln x - \frac{x^4}{16} + c$ ١١.

$-\frac{1}{2}e^{-x}\cos x + \frac{1}{2}e^{-x}\sin x + c$

[تكامل سوال كسرية]

١. $\frac{1}{2}\ln|x|-\frac{1}{2}\ln|x+2|+\ln c=\ln c[\frac{|x|}{|x+2|}]^{\frac{1}{2}}$ ٣. $t+2\ln(t^2+1)-\tan^{-1}t+c$

٥. $\frac{1}{4}\ln|\frac{x+1}{x-1}|-\frac{x}{2(x^2-1)}+c$ ٧. $\tan^{-1}\theta+c$

٩. $\tan^{-1}x+\ln|x-1|+c$ ١١. $\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}\ln(x^2+1)+c$

١٣. $\tan^{-1}2r-\frac{1}{4r^2+1}+c$ ١٥.

$-\frac{1}{2}\ln|y|+\frac{1}{6}\ln|y+2|+\frac{1}{3}\ln|y-1|+c$

[تمارين إضافية]

١. $-\frac{1}{4}x^4+\frac{2}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+2x+C$ ٣. $-2\cos\theta+C$ ٥. $-\frac{1}{10}\cos^{10}x+C$

٧. $\frac{2}{3\pi}\sin^{3/2}\pi\theta+C$ ٩. $-\frac{3}{5}\cos x^{5/3}+C$ ١١. $\frac{2}{5}x^{5/2}-2x^{1/2}+C$

١٣. $\frac{2}{3}(z+1)^{3/2}-2(z+1)^{1/2}+C$ ١٥ $\frac{1}{2}x^2\ln\sqrt{x}-\frac{1}{8}x^2+C$

١٧. $x(\ln x)^2-2(x\ln x-x)+C$ ١٩. $-\ln|x+1|+2\ln|x-3|+(x-3)^{-1}+C$

الفصل الخامس:

[حساب المساحات]

١. ٧/٦٤ $s.u.$ ٣. ١ $s.u.$ ٥. ٢٧/٦ $s.u.$ ٧. ٢٣٩/٦ $s.u.$

٩. ٥/١٢ $s.u.$ ١١. ٨/٣ $s.u.$

[حساب حجوم الأجسام الدورانية]

١. $\frac{2}{3}\pi$ $c.u.$ ٣. $\frac{512}{15}\pi$ $c.u.$ ٥. $\frac{64\sqrt{2}}{3}\pi$ $c.u.$ ٧. $\frac{2}{5}\pi$ $c.u.$

٩. $\frac{\pi}{2}$ $c.u.$ ١١. $\frac{422}{5}\pi$ $c.u.$

الفصل السادس:

[المشتقات الجزئية]

١. $w_x=9x^2y^2,\quad w_y=6x^3y$ ٣. $f_x=8e,\quad f_y=12e$ ٥. $f_p=-1,\quad f_q=0$

٧. $w_x=2x\cos(\frac{2}{y}),\quad w_y=2\frac{x^2}{y^2}\sin(\frac{2}{y})$ ٩. $w_x=1,\quad w_y=2\ln 2,\quad w_z=0$

١١. $w_{xy}=18x^2y,\quad w_{xx}=18xy^2$ $w_{yy}=6x^3,\quad w_{yx}=18x^2y$

١٣. $f_{pq}=0,\quad f_{pp}=0,$ $f_{qp}=0,\quad f_{qq}=1$

١٥. $w_{xz}=0,\quad w_{xy}=1,\quad w_{xx}=-\frac{1}{2},$ $w_{yz}=0,\quad w_{yy}=0,\quad w_{yx}=1,$ $w_{zz}=0,\quad w_{zy}=0,\quad w_{zx}=0$

[قاعدة السلسلة]

١. $\frac{dw}{dt}=42t^{13}$ ٣. $\left.\frac{dw}{dt}\right|_{t=1}=-\frac{10}{9}$ ٥. $\left.\frac{dw}{dt}\right|_{t=\pi}=5\pi$

٧. $\left.\frac{dw}{ds}\right|_{(0,1)}=0$ $\left.\frac{dw}{dt}\right|_{(0,1)}=8$

٩. $\frac{dw}{ds}=4s^3t^2\cos(s-1)-s^4t^2\sin(s-1)$ $\frac{dw}{dt}=2s^4t\cos(s-1)$

[مشتقة الدالة الضمنية]

١. $\frac{dy}{dx}=\frac{x^2-y^2}{2xy-y^2}$ ٣. $\frac{dy}{dx}=-\frac{6x^2+2xy}{x^2+3y^2}$ ٥. $\frac{dy}{dx}=-\sqrt[3]{\frac{y}{x}}$

٧. $\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{2z^3+2xy^2}{6xz^2-6yz+4}$ $\quad$ $\frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{2x^2y-3z^2}{6xz^2-6yz+4}$

٩. $\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{e^{yz}-2yze^{xy}+3yze^{xy}}{xye^{yz}-2xye^{xz}+3e^{xy}}$ $\quad$ $\frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{xze^{yz}-2e^{xz}+3xze^{xy}}{xye^{yz}-2xye^{xz}+3e^{xy}}$

الفصل السابع:

[تصنيف معادلات تفاضلية]

١. الدرجة الأولى، غير خطية. $\quad$ ٣. الدرجة الرابعة، خطية.

[معادلات قابلة للفصل]

١. $y=x$ $\quad$ ٣. $y=ce^{-\sqrt{1+x^2}}-1$ $\quad$ ٥. $y=\ln(\sec x+c)$

[معادلات تفاضلية خطية]

١. $y=e^{-2x}+ce^{-3x}$ $\quad$ ٣. $y=e^{-x}\sin e^{x}+ce^{-x}$ $\quad$ ٥. $y=\frac{1}{10}+ce^{-5x}$

٧. $y=-\frac{\cos x}{x}+\frac{\pi}{2x}$ $\quad$ ٩. $y=-1+4e^{\frac{x^2}{2}}$

ملحق (٣): امتحانات سابقة

الزمن: ٣ ساعات

أجب عن الأسئلة التالية:

١. أوجد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه (١،٤) و (١،٢) وطول محوره الأكبر يساوي ٢.

٢. حدّد عناصر القطع المخروطي الذي معادلته: $4y^2+9x^2-18x=27$ ثم ارسمه.

٣. أوجد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته $F(6,4)$ ودليله $x=-2$.

٤. أوجد التكاملات التالية:

(أ) $\int xe^{x}\,dx$ $\quad$ (ب) $\int x\cos(x^2)\,dx$ $\quad$ (ج) $\int\frac{dx}{x^2-4}$

٥. أوجد مساحة المنطقة المحصورة بالمنحنيات التالية: $y=x^2,\ y=-2x+8,\ y=0$.

٦. إذا كانت S هي المنطقة المحصورة بالمنحنيات التالية: $y=x^2,\ y=-2x+8,\ y=0$، فأوجد حجم المجسم الدوراني الناتج عن دوران المنطقة S حول محور y.

٧. أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية: $xy'-x^2y=x^3e^{x^2}$ ثم أوجد الحل الخاص الذي يحقق $y(0)=2$.

٨. حل النظام الخطي التالي مستخدماً طريقة جاوس:

$$\begin{cases} x+y+z=2 \\ x-y+2z=0 \\ 2x \quad +z=2 \end{cases}$$

٩. إذا كان $A=\begin{pmatrix}2&1\\9&1\\3&0\end{pmatrix}$ و $B=\begin{pmatrix}1&0&2\\0&2&1\end{pmatrix}$، فاحسب (إن أمكن) كلاً من AB، BA ثم $A+B$.

١٠. إذا كان $z=s+2s^2r, x=s^2r, y=2s+r^2, w=x^2+y^2z-xyz^2$ فاحسب كلاً من $\frac{\partial w}{\partial r}$ و $\frac{\partial w}{\partial s}$.

الزمن: ٣ ساعات

أجب عن الأسئلة التالية:

١. (أ) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه $V(-4،2)$ ودليله $y=5$.

(ب) بيّن نوع القطع وحدّد عناصره ثم ارسمه إذا كانت معادلته: $9x^2-2y^2-54x-16y+29=0$.

٢. (أ) حل المعادلات التالية باستخدام طريقة جاوس:

$$\begin{cases} 2x+3y-z=5 \\ 5x-2y+4z=13 \\ 4y-3z=-1 \end{cases}$$

(ب) أوجد قيمة المحددة التالية بدون إجراء حسابات، وبيّن كيف توصلت للإجابة:

$$A=\begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \\ 5 & 7 & 0 & -1 \\ -3 & 6 & -12 & -9 \end{vmatrix}$$

٣. أوجد التكاملات التالية: (أ) $\int \frac{dx}{x^3-4x^2+4x}$ (ب) $\int \frac{(x+1)}{x^2+2x+2}dx$

٤. (أ) ارسم المنحنيين $y=x^2$ و $x=y^2$ ثم احسب مساحة المنطقة المحصورة بينهما.

(ب) باستخدام طريقة الأقراص الدائرية احسب حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحصورة بين المنحنيين: $y=x^3$, $y=8$ والواقعة في الربع الأول حول محور y. وضّح اجابتك بالرسم.

٥. (أ) باستخدام التفاضل الجزئي أوجد $\frac{dy}{dx}$ في المعادلة الضمنية:

$$x^4+2x^2y^2-3xy^3+2x=0$$

(ب) أوجد $\frac{\partial w}{\partial s}$ بدلالة r, s إذا كان $v=2r+s, u=r\ln s, w=u^2+2uv$.

٦. (أ) حل المعادلة التفاضلية التالية: $2y+(xy+3x)\frac{dy}{dx}=0$.

(ب) حل المعادلة التفاضلية الخطية: $xy'+y+x=e^x$ ثم أوجد الحل الخاص عند النقطة (١،-١/٢).

الزمن: ٣ ساعات

أجب عن الأسئلة التالية:

١.

(أ) أوجد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه (٤،١) و (١،٢) ونصف محوره الأكبر يساوي ٢

(ب) أوجد بؤرتي القطع الزائد: $5x^2-4y^2+10x=15$.

٢. أوجد التكاملات التالية: (أ) $\int x^2 \ln x\, dx$ (ب) $\int \frac{dx}{x(x^2+1)}$

٣. احسب الحجم الناتج عن دوران المنطقة المحصورة بين: $y=5-x^2$ و $x+y=3$ حول محور x.

٤. (أ) إذا كان $z=\tan^{-1}(\frac{y}{x})$ فأثبت أن $x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=0$.

(ب) إذا كان $s=2xe^y, r=3ye^x, w=s^3+r$ احسب $\frac{\partial w}{\partial x}$ باستخدام قانون السلسلة.

٥. أوجد حل المعادلات التفاضلية التالية:

(أ) $\frac{dy}{dx}=\frac{y^2}{x^2+4x+5}$، $y(-2)=1$. (ب) $x\frac{dy}{dx}+2y=\frac{e^x}{x}$، $y(1)=0$.

٦. (أ) باستخدام المصفوفات أوجد جميع حلول النظام:

$$\begin{cases} 2x+3y-z=4 \\ 4x-2y+5z=5 \\ -x+3y+4z=17 \end{cases}$$

(ب) استخدم قانون كرامر لإيجاد y إذا كانت:

$$\begin{cases} x+2y-z=5 \\ 3x-y+3z=7 \\ 2x+3y+z=1 \end{cases}$$

الزمن: ٣ ساعات

أجب عن الأسئلة التالية:

١. (أ) أوجد بؤرتي القطع: $٨x^{٢}-y^{٢}+٢y=٧$.

(ب) أوجد معادلة القطع الناقص الذي إحدى بؤرتيه (٢،٠) ورأساه (١،-٢) و(٣،٢).

٢. أوجد التكاملات التالية: (أ) $\int 3x^2 \ln x\,dx$ (ب) $\int \frac{x^2+x-1}{x^2(x-1)}dx$ (ج) $\int \sin^3 x\cos x\,dx$

٣. (أ) أوجد مساحة المنطقة المحصورة بالمنحنيين: $y=x^{٢}+١,\ y=x+٣$.

(ب) احسب الحجم الناتج عن دوران المنطقة في الفقرة (أ) حول محور x.

٤. (أ) إذا كانت $f(x,y)=x^2e^y-\ln(x+y)$ فاحسب $\frac{3\partial^2 f}{\partial y\partial x}-2\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}$.

(ب) إذا كان $y=v^3-4u, x=3u^2-v, z=x^2y+y^2x^3$ احسب $\frac{\partial z}{\partial u}$ عندما $u=١$ و $v=-١$.

٥. (أ) مستخدماً قاعدة كرامر، أوجد حل نظام المعادلات الخطية التالية:

$$\begin{cases} 3x-y-2z=-2 \\ x+y+z=4 \\ 3y-4z=-5 \end{cases}$$

(ب) مستخدماً طريقة جاوس (جاوس- جوردان)، أوجد حل نظام المعادلات الخطية التالية:

$$\begin{cases} 3x+y-z=-3 \\ x+y+2z=0 \\ x+2y+2z=-2 \end{cases}$$

٦. أوجد الحل العام للمعادلات التفاضلية التالية:

(أ) $\cos x\,dy-\sin x(1+y^2)dx=0$. (ب) $x\frac{dy}{dx}-y=x^2e^x$.

الزمن: ٣ ساعات

أجب عن الأسئلة التالية:

١. (أ) أوجد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه (٢،٤) و (٢،-٢) ورأساه (٢،٦) و(٢،-٤)، وأوجد عناصره وارسمه.

(ب) مستخدماً انسحاباً مناسباً، حدد نوع القطع: $٤x^{٢}-٩y^{٢}+٢٤x-٣٦y+٣٦=٠$، وأوجد عناصره وارسمه.

٢. أوجد التكاملات التالية: (أ) $\int \frac{\ln x^3}{x^3}dx$ (ب) $\int \frac{dx}{x^3+x}$

٣. (أ) أوجد مساحة المنطقة المحصورة بالمنحنيات: $y=x^{٢},\ y=-x+٦,\ x=٢$.

(ب) احسب الحجم الناتج عن دوران المنطقة المحصورة بالمنحنيين: $y=x^{٢}+٢,\ ٢y-x-٢=٠$ والمستقيمين $x=١$ و $x=٢$ حول محور y.

٤. (أ) إذا كانت g دالة قابلة للإشتقاق، أثبت أن $z=g(x)+y\frac{dg(x)}{dx}$ تحقق $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{\partial z}{\partial y}+y\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

(ب) إذا كانت المعادلة $x^2y+y^2=x^3e^y+5$ تعرّف دالة ضمنية $y=f(x)$ قابلة للإشتقاق، أوجد $\frac{dy}{dx}$.

٥. (أ) مستخدماً قاعدة كرامر، أوجد حل نظام المعادلات الخطية التالية:

$$\begin{cases} 2x+3y+2z=9 \\ x+2y-3z=14 \\ 3x+4y+z=16 \end{cases}$$

(ب) مستخدماً طريقة جاوس للحذف، أوجد حل نظام المعادلات الخطية التالية:

$$\begin{cases} 3x+2y+5z=11 \\ 2x+3y-4z=-27 \\ -x+6y+z=-13 \end{cases}$$

٦. (أ) أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $y(1+x^3)\frac{dy}{dx}-x^2(1+y^2)=0$.

(ب) أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $\frac{dy}{dx}+2xy=xe^{-x^2}$، ثم أوجد الحل الخاص عندما $y(٠)=١/٢$.

الزمن: ٣ ساعات

أجب عن الأسئلة التالية:

١. حدّد نوع القطع المخروطي: $8x^2-y^2+2y=7$ ، ثم أوجد بؤرته (أو بؤرتيه).

٢. إذا كان $f(x,y,z)=2z^3-3z(x^2+y^2)+\sin(x+y)$ فأوجد $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z}$.

٣. إذا كان $A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 5 & 0\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ ، $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ ، $C=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ ، $D=\begin{pmatrix}2 & -1 & 0\\ 1 & 2 & 1\\ 3 & -1 & 2\end{pmatrix}$ و $e=-2$ ، فأوجد:

(أ) المصفوفة eA. (ب) المصفوفة $A+BC$. (ج) محددة المصفوفة D.

٤. أوجد التكاملات التالية: (أ) $\int_2^3 x\ln x\,dx$ (ب) $\int \frac{5x-12}{x^2-4x}dx$ (ج) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}dx$

٥. أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنى $y=x^3$ والمستقيمات $y=10-x$, $y=0$, $x=0$.

٦. أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه $(4,0)$ ودليله $x=1$.

٧. إذا كانت $u(x,y)=\frac{xy}{x+y}+\tan x$ ، فأثبت أن $x^2\frac{\partial u}{\partial x}-y^2\frac{\partial u}{\partial y}=x^2\sec^2 x$.

٨. حل النظام الخطي التالي مستخدماً طريقة جوس:

$$\begin{cases}3x+y+1=0\\ x-y+2z=2\\ x+y+z=1\end{cases}$$

٩. احسب الحجم الناتج عن دوران المنطقة المحصورة بالمنحنى $y=4-x^2$ ومحوري الاحداثيات والمستقيم $x=1$ حول محور y.

١٠. أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية: $\frac{dy}{dx}+3y+2=0$.

المراجع

[١] Anton, H., *Calculus with analytic geometry*, ٢nd Edition, John Wiley. New York.

[٢] Finney, R. L. and Thomas, G. B., *Calculus*, Addison- Wesley, ١٩٩٠.

[٣] Hunt, R. A., *Calculus with analytic geometry*, Harper and Row, New York ١٩٨٨.

[٤] Swokowski, E. W., *Calculus with analytic geometry*, PWS. Boston ١٩٨٣.

[٥] Zill, D. G., *Calculus with analytic geometry*, PWS. Boston ١٩٨٨.

[٦] سرميني، إبراهيم ديب، حساب لتة ضل والتكامل والهندسة التحليلية (الجزء الثاني)، الرياض ١٤٢٣هـ.