بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الرياضيات

مقرر 131 ريض
الفصل الدراسي الثاني 1441هـ
الواجب الثاني

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: [12 درجة]

(أ) املأ الفراغات الآتية:

(1) إذا كان x و y عددين وكان: $(2x-3y, x+2y) = (0, 7)$ فإن:
$(x, y) = (\ldots, \ldots)$

(2) إذا كان $\bar{r}$ هو صنف التكافؤ الذي ينتمي إليه العدد -234 في $\mathbb{Z}_{21}$ فإن: $\bar{r} = \ldots$

(3) إذا كانت $3 \odot x = 4$ معادلة في النظام $(\mathbb{Z}_{19}^*, \odot)$ فإن: $x = \ldots$

(4) إذا كان $f: A \to B$ تطبيقاً وكانت $C \subset B$ فإن: $f^{-1}(C) = \{\ \ldots \mid \ldots\ \}$

(ب) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يلي:

(i) لأي مجموعتين غير خاليتين A و B فإن $A \times B = B \times A$

(ii) ـــــ $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \Rightarrow \mathbb{Q}^2 \subseteq \mathbb{R}^2$

(iii) ـــــ $\mathbb{Z}^3 \cap \mathbb{Z}^4 = \mathbb{Z}^3$

(iv) النظام $(\mathbb{R}, \otimes)$ مغلق، حيث $\otimes$ معرفة كما يلي:

$$\forall\ a, b \in \mathbb{R}: a \otimes b = \sqrt{4a^2 - b^3}$$

السؤال الثاني: [6 درجات]

أعط مثالاً واحداً فقط لكل مما يأتي:

(أ) زمرة ضربية إبدالية رتبتها 42 .

(ب) زمرة غير إبدالية رتبتها 120 .

(ج) تطبيق ثابت $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

(د) مجموعة غير منتهية وقابلة للعد .

(هـ) مجموعة غير قابلة للعد .

(و) تطبيق $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ بحيث يكون f متبايناً وليس غامراً .

السؤال الثالث: [6 درجات]

إذا كانت $A = \{1, 3, 5\}$ و $S = P(A)$ وعرفنا علاقة الاحتواء « $\subseteq$ » على S ، فادرس العلاقة « $\subseteq$ » من حيث كونها:

(1) انعكاسية. (2) تناظرية. (3) متعدية.

(4) تخالفية. (5) علاقة ترتيب جزئي. (6) علاقة ترتيب كلي.

السؤال الرابع: [6 درجات]

إذا كان $(\mathbb{Q}, *)$ نظاماً مغلقاً، حيث $*$ معرفة كما يلي:

$$\forall\ x, y \in \mathbb{Q}: x * y = x + 5y$$

فادرس النظام من حيث كونه:

(i) إبدالياً.

(ii) به عنصر محايد أيمن.

(iii) يوجد نظير أيمن لكل $x \in \mathbb{Q}$.

أسأل الله لكم التوفيق والسداد