

السؤال الأول: [13 درجة]

(أ) متى نقول إن:

(1) $f: M \rightarrow N$ تطبيق محايد؟

(2) S مجموعة غير منتهية؟

(3) A مجموعة قابلة للعد؟

(ب) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي:

(1) إذا كان $f: A \rightarrow B$ تطبيق تقابل وكانت $B \neq A$ فإن:

$$f^{-1} \circ f = f \circ f^{-1}$$

(2) \mathbb{Z}^+ مجموعة غير منتهية.

(3) \mathbb{Q}^+ قابلة للعد \Leftarrow \mathbb{Q}^- قابلة للعد.

(ج) إذا كان $f: A \rightarrow B$ تطبيقاً وكانت $A_1, A_2 \subseteq A$ و $B_1, B_2 \subseteq B$ فاملأ الفراغات الآتية:

(1) $f(A_1) = \{ \dots \dots \dots \}$

(2) $f^{-1}(B_1) = \{ \dots \dots \dots \}$

(3) $f(A_1 \cup A_2) = \{ \dots \dots \dots \}$

(4) $f^{-1}(B_1 \cap B_2) = \{ \dots \dots \dots \}$

السؤال الثاني: [12 درجة]

(أ) متى نقول إن:

(1) « * » عملية ثنائية على مجموعة S ؟

(2) العملية « \circ » تتوزع على العملية « * » من اليمين في النظام $(A, *, \circ)$ ؟

(3) التطبيق $f: (A, *) \rightarrow (B, \circ)$ تشاكل ؟

(ب) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي:

(1) إذا كان $*: A \times A \rightarrow B$ تطبيقاً، فإن « * » عملية ثنائية على A .

(2) إن العملية « - » تتوزع من اليمين على « \cap » في النظام المغلق $(P(S), \cap, -)$.

(3) إذا كان $f: (\mathbb{Z}, +) \rightarrow (\overline{\mathbb{Z}}_5, \oplus)$ تطبيقاً حيث $f(x) = \overline{x}$ فإن f تشاكل.

(ج) إذا أعطيت النظام $(\overline{\mathbb{Z}}_{11}^*, \odot)$ ، فاملأ الفراغات الآتية:

(1) $|\overline{\mathbb{Z}}_{11}^*| = \dots \dots \dots$

(2) $(\overline{3})^3 = \dots \dots \dots$

(3) $\overline{2} \odot \overline{x} = \overline{7} \Rightarrow \overline{x} = \dots \dots \dots$

نسأل الله لكم التوفيق والسداد