

أجب عن الأسئلة الآتية

س (١) : (أ) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي :-

(١) إذا كان $f : A \rightarrow B$ تطبيقاً فإن : $f^{-1}(B) = A$.

(٢) إذا كان $g : B \rightarrow C$ تطبيقاً وكانت $D \subseteq C$ فإن : $g^{-1}(D) = \{x \in B \mid g(x) \in C\}$.

(٣) إذا كان $f : M \rightarrow N$ تطبيقاً متبايناً فإن f^{-1} تطبيق من N إلى M .

(٤) إذا كانت \mathbb{Z} مجموعة قابلة للعد فإن $5\mathbb{Z}$ مجموعة قابلة للعد .

(ب) إذا كان $\bar{3}$ عنصراً في النظام $(\mathbb{Z}_{11}^*, \odot)$ فاملأ الفراغات الآتية:-

$$(i) (\bar{3})^4 = \dots\dots\dots (ii) (\bar{3})^{-2} = \dots\dots\dots (iii) x \odot \bar{3} = \bar{2} \Rightarrow x = \dots\dots\dots$$

س (٢) : (أ) إذا كانت S و D مجموعتين، فمتى نقول إن $S \approx D$ ؟

(ب) متى نقول إن S و D لهما العدد الرئيس نفسه ؟ (أي $|D| = |S|$).

(ج) متى نقول إن التطبيق $f : (A, *) \rightarrow (B, \circ)$ تماثل ؟

(د) إذا كان $f : (\mathbb{Z}, +) \rightarrow (4\mathbb{Z}, +)$ تطبيقاً، حيث $f(x) = 4x$ ، فأثبت أن :-

(١) f تقابل (٢) f تشاكل (٣) $|\mathbb{Z}| = |4\mathbb{Z}|$ (٤) $4\mathbb{Z} \cong \mathbb{Z}$.

س (٣) : (أ) متى نقول إن " * " عملية ثنائية في S ؟

(ب) إذا كان $(\mathbb{Q}, *)$ نظاماً مغلقاً ، حيث " * " معرفة كما يلي :-

$$\forall a, b \in \mathbb{Q} : a * b = a + 2b$$

فادرس هذا النظام من حيث كونه :-

(١) إبدالياً (٢) تجميعياً (٣) يملك عنصراً محايداً أيمن (٤) يملك نظيراً أيمن لكل $a \in \mathbb{Q}$

(٥) يملك عنصراً محايداً (٦) يملك نظيراً لكل $a \in \mathbb{Q}$.