جامعة الملك سعود | الاختبار الفصلي الثاني | الفصل الدراسي الأول ١٤٣٤/١٤٣٥هـ

كلية العلوم- قسم الرياضيات | في المقرر ١٣١ريض | الزمن : ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة الآتية

س(١) : (أ) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي: -

(١) إن $\left(\overline{\mathbb{Z}}^{*}_{12},\oplus\right)$ نظام مغلق.

(٢) كل عملية ثنائية على مجموعة S تكون تطبيقاً.

(٣) إذا كان $f:S\to T$ تطبيقاً متبايناً فإن f تقابل.

(٤) إذا كانت A مجموعة غير منتهية وكانت $A\subseteq B$ فإن B غير منتهية.

(ب)أكمل الفراغات الآتية:-

إذا كان 2 عنصراً في النظام $\left(\mathbb{Z}^{*}_{7},\boxdot\right)$ فإن :

$$(i)\,2^{5}=\cdots,(ii)\left(2^{-1}\right)^{2}=\cdots,(iii)\,2^{0}=\cdots,(iv)\,2\boxdot x=5\Rightarrow x=\cdots$$

س(٢) : (أ) إذا كان $f:\mathbb{R}^{+}\to\mathbb{R}$ تطبيقاً، حيث $f(a)=a^{2}$ ، فادرس هذا التطبيق من حيث كونه :

(١) متبايناً (٢) غامراً.

(ب) متى نقول إن التطبيق $f:(A,*)\to(B,\circ)$ تشاكل ؟

(جـ) إذا كان $h:(\mathbb{Z},+)\to(2\mathbb{Z},+)$ تطبيقاً، حيث $h(x)=2x$ ، فأثبت أن :

(١) h تشاكل متباين (٢) عيِّن نواة h $(\ker h)$.

س(٣) : (أ) متى نقول إن S مجموعة قابلة للعد ؟

(ب) إذا كانت $A\approx B$ وكانت B قابلة للعد فأثبت أن A قابلة للعد.

(جـ) ليكن $(\mathbb{Q},*)$ نظاماً مغلقاً، حيث $*$ معرفة كما يلي :-

$$\forall a,b\in\mathbb{Q}:a*b=a+2b$$

ادرس هذا النظام من حيث كونه :

(١) إبدالياً (٢) يملك عنصراً محايداً أيمن (٣) يملك نظيراً أيمن لكل عنصر فيه.