

أجب عن الأسئلة الآتية

س(١) : أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي :-

(أ) إذا كان $f : A \rightarrow B$ تطبيقاً وكانت $A_1 \subseteq A$ فإن :

$$f(A_1) = \{y \in B \mid y = f(x) \wedge x \in A_1\}$$

(ب) إن $M = L \Leftrightarrow M \approx L$.

(ج) إذا كان $f : A \rightarrow B$ تطبيقاً وكانت $B_1 \subseteq B$ فإن :

$$f^{-1}(B_1) = \{x \in A \mid f(x) = y \in B_1\}$$

(د) إن النظام $(\mathbb{Z}_{10}^*, \oplus)$ ليس مغلقاً.

س(٢) : (أ) متى نقول عن مجموعة A إنها مجموعة غير منتهية ؟

(ب) إذا كانت $S = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$ فأثبت أن S غير منتهية.

س(٣) : (أ) متى نقول إن $*$ عملية ثنائية على مجموعة $B \neq \emptyset$ ؟

(ب) إذا عرفنا عملية $*$ على \mathbb{Z} كما يلي : $\forall a, b \in \mathbb{Z} : a * b = b - a$

فادرس النظام $(\mathbb{Z}, *)$ من حيث كونه : (١) إبدالياً (٢) تجميعياً (٣) يملك عنصراً محايداً يسر .

س(٤) : (أ) إذا عرفنا عملية جمع \oplus على \mathbb{Z}_m كما يلي : $\forall \bar{x}, \bar{y} \in \mathbb{Z}_m : \bar{x} \oplus \bar{y} = \overline{x + y}$

فأثبت أن \oplus عملية تجميعية (دامجة) .

(ب) املا الفراغات الآتية داخل النظام $(\mathbb{Z}_{13}^*, \odot)$:

$$\bar{2} \odot \bar{x} = \bar{5} \Rightarrow \bar{x} = \dots \dots \dots \text{(٣)} \quad (\bar{2})^{-1} = \dots \dots \dots \text{(٢)} \quad (\bar{2})^4 = \dots \dots \dots \text{(١)}$$