

أجب عن الأسئلة الآتية

١٠. س: (٩) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي :-
- (١) إذا كان $f: A \rightarrow A$ تطبيقاً متبايناً وكان $|A| = n$ فإن f تطبيقاً مماثلاً.
 - (٢) إذا كان $f: A \rightarrow B$ تطبيقاً وكانت $C \subseteq B$ فإن $f^{-1}(C) = A$.
 - (٣) إذا كان $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ تطبيقاً، حيث $f(a) = -a$ فإن f تقابل.
 - (٤) إن النظام $(\mathbb{Q}^+, *)$ غير مغلق، حيث $a * b = a^b$ لكل $a, b \in \mathbb{Q}^+$.
- (ب) أكمل الفراغات الآتية :-
- (١) إذا كان $\bar{3}$ عنصراً في النظام (\mathbb{Z}_8, \oplus) فإن $\bar{3}^4 = \boxed{\dots}$.
 - (٢) إذا كان $\bar{3}$ عنصراً في النظام (\mathbb{Z}_8, \otimes) فإن $\bar{3}^4 = \boxed{\dots}$.
 - (٣) إذا كان $(K, *)$ نظاماً مغلقاً وله عنصر محايد e فإن :
 $y^0 = \boxed{\dots}$ لكل $y \in K$.
 - (٤) إذا كان (T, \circ) نظاماً مغلقاً و $\bar{\dots}$ وكان $x \in T$ هو نظير x^{-1} فإن x^{-1} هو \dots .

١٠. س: (٩) أعط مثالاً واحداً فقط لكل مما يأتي :-
- (١) تطبيقاً مماثلاً (٥) مجموعة غير قابلة للعد (٣) زمرة ضربية
 - (٤) نظاماً ذات عملية تناهية غير إبدالية .
 - (ب) إذا كانت $*$ عملية تناهية معرفة على \mathbb{R} كما يلي :-
 $\forall x, y \in \mathbb{R} : x * y = x + 4y$
 فادر من النظام $(\mathbb{R}, *)$ من حيث كونه :-
- (١) إبدالياً (٢) يمتلك عنصراً محايداً أيمن (٣) يمتلك نظيراً أيمن لكل عنصر فيه .
- (٥) إذا كان $f: (S, \boxplus) \rightarrow (T, \boxdot)$ كالتالي وكان $e \in S$ و $e' \in T$ هما المحايدان في النظامين فأكمل الفراغ :-
 $\ker f = \{ \dots \}$ نواة f