بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود / الرياض
كلية العلوم / قسم الرياضيات

الاختبار الفصلي الثاني في المقرر ١٣١ ريض
الفصل الدراسي الثاني ١٤٣٢/ ١٤٣٤ هـ الزمن : ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة الآتية

س١ : (أ) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي :- ١٣

[١] إن $g \circ f$ تطبيق متباين ، حيث $A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C$ تطبيقان متباينان .

[٢] يوجد تطبيق غامر $f : A \to B$ ، حيث $|A| < |B| = m$. $(m > 1)$.

[٣] إن $(\mathbb{Q}^+, *)$ نظام مغلق ، حيث $*$ معرفة كما يلي :

$$\forall\ a, b \in \mathbb{Q}^+ : a * b = \sqrt{ab - 1}$$

[٤] لا يوجد نظير لأي عنصر في النظام $(\mathbb{Z}_6^*, \oplus)$.

(ب) املأ الفراغات الآتية :-

في النظام $(\mathbb{Z}_7^*, \odot)$ يكون :

(i) $\bar{4}^4 =$ [---] (ii) $(\bar{5})^{-2} =$ [---]

(iii) $\bar{4} \odot \bar{x} = \bar{5} \Rightarrow \bar{x} =$ [---] (iv) $|\mathbb{Z}_7^*| =$ [---]

(جـ) إذا علمت أن $\mathbb{Q}$ قابلة للعد فأثبت أن S قابلة للعد ، حيث :

$$S = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{Z}^+ \right\}$$

س٢ : (أ) أعط مثالاً واحداً فقط لكل مما يأتي :- ١٢

[١] نظاماً مغلقاً ذا عمليتين ثنائيتين $(S, *, \circ)$ لا تتوزع فيه " $\circ$ " على " $*$ " لا من اليمين ولا من اليسار .

[٢] تطبيقاً $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ بحيث يكون متبايناً وليس غامراً .

[٣] مجموعتين غير منتهيتين A و B ، حيث $A \approx B$ و $A \neq B$.

(ب) إذا كان $(\mathbb{R}, *)$ نظاماً ذا عملية ثنائية معرفة كما يلي :-

$$\forall\ a, b \in \mathbb{R} : a * b = a - 4b$$

فادرس هذا النظام من حيث كونه :

(١) إبدالياً (٢) يملك عنصراً محايداً أيمن (٣) يملك نظيراً أيمن لكل عنصر فيه

(٤) يملك عنصراً محايداً (٥) زمرة .

(جـ) إذا كان $f : (\mathbb{Z}, +) \to (\mathbb{Z}_6, \oplus)$ تطبيقاً ، حيث $f(x) = \bar{x}$ ، فأجب عما يلي :-

[١] أثبت أن f ليس غامراً .

[٢] عين نواة f = $\ker f$.