

لجان ١٤٥٥/١٤٤٦
 لفضل الكحل
 المرصد : ساعده

لرصد لفضل ٤٣٠٤٣
 نظرية الأعداد

لجانته بلبل ضرور
 طلبة العلوم
 قسم الرياضيات

السؤال الأول:

(أ) ليكن $a, b \in \mathbb{Z}$ ليس كلاهما صفرًا. إذا كان $d = (a, b)$ فثبت أن $d = ax + by$ حيث $x, y \in \mathbb{Z}$.

(ب) إذا كان $(a, b) = (a, c) = 1$ فثبت أن $(a, bc) = 1$.

السؤال الثاني:

(أ) إذا كان كل من (p) و $(8p-1)$ عدداً أولياً فثبت أن $8p+1$ عدداً مؤلفاً [إرشاد: استخدم

خوارزمية القسمة لقسمة p على 3] $3k+1, 3k+2, 3k+3$

(ب) إذا كان $a_i \equiv 1 \pmod{3}$ لكل $1 \leq i \leq k$ فثبت أن $a_1 a_2 \dots a_k \equiv 1 \pmod{3}$.

(ج) أثبت أن عدد الأعداد الأولية التي على الصورة $3k+2$ عدداً غير متناه.

السؤال الثالث:

(أ) إذا كان p عدداً أولياً وكان $0 \leq n < p$ فثبت أن $\binom{n+p}{p} \equiv 1 \pmod{p}$.

(ب) إذا كان $a \equiv b \pmod{m}$ و $c \equiv d \pmod{m}$ وكان $(c, m) = (d, m) = 1$ فثبت أن

$$ac^{-1} \equiv bd^{-1} \pmod{m}$$

السؤال الرابع:

(أ) إذا كان $a_1, a_2, \dots, a_{\phi(n)}$ نظام رواسب مختزل قياس n وكان $(a, n) = 1$ فثبت أن

$aa_1, aa_2, \dots, aa_{\phi(n)}$ نظام رواسب مختزل قياس n .

(ب) إذا كان $a, n \in \mathbb{Z}^+$ فثبت أن $a^{\phi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$ إذا وفقط إذا كان $(a, n) = 1$.

(ج) إذا كان $n \in \mathbb{Z}$ فثبت أن $\frac{n^5}{5} + \frac{n^3}{3} + \frac{7n}{15} \in \mathbb{Z}$.

(١٩٥)

١٤٤

شريف
 بعلون

١٤٩ ٥٧

١٩٥
 شريف
 بعلون
 (١٩٥)