١٣ ٧٦

الاختبار الفصلي الاول　　　٢٤٣ ريض　　　الفصل الثاني ١٤٣١-٣٢

ملاحظة: رتب إجابتك في الدفتر حسب ترتيب ورود الأسئلة.

$6 \mid n^3 - n$

١. لكل عدد $n \geq 1$ أثبت أن $n^3 - n$ يقبل القسمة على 6 . (بالاستقراء الرياضي)

٢. برهن أن $[a_1, a_2, \cdots, a_{n-1}, a_n] = [a_1, a_2, \cdots, [a_{n-1}, a_n]]$.

٣. متى يوجد حل للمعادلة الدايوفانتينية $ax + by = c$ ؟ و في حالة وجود حل x_0, y_0 ، ما هي الصيغة العامة للحلول ؟ أثبت إجابتك. $\Rightarrow d = (a,b)$ $d \mid c$

$y = (y_0 - \frac{b}{d} k)$　$(x = x_0 - \frac{a}{d} k)$

٤. جد جميع الأعداد الأولية p بحيث أن العدد $p^2 + 1$ أولي أيضا. $\Leftarrow \{2\}$

بما انه حاصل ضرب عددين [illegible] ~~[illegible]~~ هو [illegible] [illegible] يصبح [illegible] [illegible] 2

٥. أثبت وجود ما لانهاية من الأوليات التي على الصيغة $6k + 5$.

(٥) $6k$ ص

$$P = 2k+1$$

$$P^2 = (2k+1)^2$$

$$P^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2L+1$$

$$P^2 + 1 = 4k^2 + 4k + 2 \qquad 2L+1+1$$

$$= 2(2k^2 + 2(k+1))$$

m

$$P^2 + 1 = 2m \qquad P^2 + 1 = 2L+2$$

$k \in \mathbb{Z}$

$\Longleftrightarrow$

$$y = y_0 - k\left(\frac{a}{d}\right) \qquad d = (a,b)$$

$$x = x_0 + k\left(\frac{b}{d}\right) \qquad d \mid c$$