الاختبار الفصلي الاول　　　٢٤٣ ريض　　　الفصل الاول ١٤٣٣-٣٤

ملاحظة : رتب اجابتك في الدفتر حسب ترتيب ورود الاسئلة.

١- اذا كان $(a,b)=(a,c)=1$ ، فأثبت أن $(a,bc)=1$.

٢- احسب عدد الاعداد الصحيحة x ،حيث $1000<x<10000$ و التي تقبل القسمة على 3 أو 7 .

٣- اذا كان $d=(a,b)$ ، فبرهن على وجود عددين صحيحين x و y بحيث $d=ax+by$. هل العددان x و y وحيدان ؟ برر اجابتك.

٤- جد جميع حلول المعادلة الدايوفانتينية $21x-49y+35z=56$.

٥- اذا كان n^3-1 أولياً ، فأثبت أن $n=2$.

الاختبار الفصلي الاول　　　　٢٤٣ ريض　　　　الفصل الثاني ١٤٣٢-٣٣

ملاحظة: رتب اجابتك في الدفتر حسب ترتيب ورود الاسئلة

١- إذا كان n يحوي 1 في جميع مراتبه العشرية، حيث $n>1$، فأثبت أن n لا يمكن أن يكون مربعاً كاملاً.

٢- جد عدد الاعداد n التي تقبل القسمة على كلٍ من 12 و 20 و تحقق

$$1000 < n < 10000$$

٣- أثبت وجود حل للمعادلة الدايوفانتية $a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = c$ إذا و فقط إذا كان $d \mid c$ ، حيث $d = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$. في حالة $n = 2$ جد صيغة عامة لجميع حلول المعادلة مع البرهان.

٤- أثبت أن عدد فرما F_5 مؤلف.

٥- إذا كان p أولياً و $8p-1$ أولياً ، فأثبت أن $8p+1$ مؤلف.

الاختبار الفصلي الاول ٢٤٣ريض الفصل الأول ١٤٣٢-٣٣

ملاحظة: رتب إجاباتك في الدفتر حسب ترتيب ورود الأسئلة

١. جد جميع الحلول الموجبة للمعادلة الدايوفانتينية $18x - 21y = 15$.

٢. اذا كان $d = (a,b)$ ، فأثبت وجود عددين x , y بحيث $d = ax + by$. هل هذان العددان وحيدان ؟ برر إجابتك.

٣. أثبت وجود ما لانهاية من الأوليات على الصورة $3k + 2$.

٤. برهن أن $(a,b)[a,b] = ab$ لكل عددين صحيحين موجبين a و b .

٥. إذا كان $p > 5$ أولياً ، فأثبت أن p^2 على الصورة $5k + 1$ أو $5k - 1$ ، ثم برهن أن العدد $p^4 - 1$ يقبل القسمة على 10 .

الاختبار الفصلي الاول ٢٤٣ ريض الفصل الثاني ١٤٣١-٣٢

ملاحظة: رتب إجاباتك في الدفتر حسب ترتيب ورود الأسئلة.

١. لكل عدد $n \geq 1$ أثبت أن $n^3 - n$ يقبل القسمة على 6 .

٢. برهن أن $[a_1, a_2, \cdots, a_{n-1}, a_n] = [a_1, a_2, \cdots, [a_{n-1}, a_n]]$.

٣. متى يوجد حل للمعادلة الدايوفانتينية $ax + by = c$ ؟ و في حالة وجود حل x_0, y_0 ، ما هي الصيغة العامة للحلول ؟ أثبت إجابتك.

٤. جد جميع الأعداد الأولية p بحيث أن العدد $p^2 + 1$ أولي أيضا.

٥. أثبت وجود ما لانهاية من الأوليات التي على الصيغة $6k + 5$.

الاختبار الفصلي الأول ٢٤٣ ريض الفصل الأول ١٤٣١-٣٢

ملاحظة: رتب إجابتك في الدفتر حسب ترتيب ورود الأسئلة.

١- إذا كان $d=(a,b)$ ، فاثبت وجود عددين صحيحين x و y بحيث $d=ax+by$.

٢- إذا كانت $a_1,a_2,\cdots,a_n$ أعداداً أولية نسبياً مثنى مثنى ، فاثبت أن $[a_1,a_2,\cdots,a_n]=a_1a_2\cdots a_n$.

٣- جد حل المعادلة الدايوفانتينية

$$4x-7y+11z=6$$

٤- إذا كان $n>2$ عدداً مؤلفاً ، فأثبت تفصيلاً وجود عدد أولي p ، حيث $p\le\sqrt{n}$ و $p\mid n$.

٥- لأي عدد أولي $p>3$ ، أثبت أن p^2+2 يقبل القسمة على 3 .

الاختبار الفصلي الأول   نظرية الأعداد ٢٤٣ ريض   الفصل الثاني ١٤٣٠-٣١

ملاحظة: رتب اجابتك في الدفتر حسب ترتيب ورود الأسئلة.

١. للعددين الصحيحين الموجبين a و b ، أثبت العلاقة $(a,b)[a,b]=ab$. هل العلاقة صحيحة لثلاثة أعداد؟ برر إجابتك.

٢. احسب $d=(36,78,60)$ ثم جد قيم x,y,z بحيث $d=36x+78y+60z$.

٣. أثبت وجود عددين أوليين متتاليين p,q بحيث $q-p\geq 100$.

٤. برهن أن العدد $\sqrt[4]{5}$ غير نسبي.

٥. إذا كان F_m,F_n عددين مختلفين من أعداد فرما، فأثبت مفصلاً أن $(F_m,F_n)=1$.

الاختبار الفصلي الأول ٢٤٣ ريض نظرية الأعداد الفصل الأول ١٤٣٠-١٤٣١

ملاحظة: رتب إجابتك في الدفتر حسب ترتيب ورود الأسئلة:

١- لتكن (x_n) متوالية معرفة على النحو التالي: $x_1 = \sqrt{12}\ ,\ x_{n+1} = \sqrt{x_n + 12}$ حيث $n \geq 1$.
أثبت أن $x_n < 4$ لكل $n \geq 1$.

٢- إذا كان $(a,b) = 1$ و $(a,c) = 1$، فأثبت أن $(a,bc) = 1$.

٣- ليكن $d = (a_1, a_2, \cdots, a_n)$. أثبت أن $d = (a_1, a_2, \cdots, a_{n-2}, (a_{n-1}, a_n))$ و
$d = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n$، حيث $x_i \in \mathbb{Z}$ لكل $1 \leq i \leq n$.

٤- إذا كان $p > 3$ عدداً أولياً، فأثبت أن $12 \mid (p^2 - 1)$.

٥- إذا كان $(a,b) = 1$ و $ab = c^3$ ، فأثبت أن $a = a_1^3$ و $b = b_1^3$ لعددين صحيحين a_1, b_1.

الاختبار الفصلي الأول | نظرية الأعداد | الفصل الأول
243 ريض | 1430-1429

1) أثبت صحة أو خطأ العبارات التالية:

(أ) إذا كان $a|b$ و $a|c$ فإن $a^2|bc$.

(ب) إذا كان $a|(b+c)$ فإن $a|b$ أو $a|c$.

(ت) إذا كان $b|c$ فإن $(a,c)\leq(a,b)$.

(ث) إذا كان $(a,b)=1$ ، $(a,c)=1$ فإن $(b,c)=1$.

(ج) إذا كان $(a,b)=1$ فإن $[a,b]=|ab|$.

2) (أ) لكل عدد صحيح $n\geqslant 1$ أثبت أن $6|(n^3-n)$.

(ب) لكل عدد صحيح $n\geqslant 1$ برهن أن n^2+2 لا يقبل القسمة على 4.

3) (أ) أثبت أن العدد $\log_{10}7$ غير نسبي.

(ب) أحسب جميع حلول المعادلة $50x+45y=75$ ما هي الحلول الموجبة ، إن وجدت ؟

جامعة الملك سعود	كلية العلوم	قسم الرياضيات	الفصل الثاني ١٤٢٨/١٤٢٩
الاختبار الفصلي الأول لمقرر ٢٤٣ريض		الزمن ٩٠ دقيقة	الثلاثاء ٢٤-٣-١٤٢٩ .

السؤال الأول:

(أ) إذا كان a,b عددان صحيحان وكان $b=aq+r$ ، فاثبت أن $(a,b)=(a,r)$.

(ب) عين $(350,1232)$ ، ثم جد عددين صحيحين x,y بحيث $(350,1232)=350x+1232y$.

السؤال الثاني:

(أ) إذا كان $n=10q+r$ ، فاثبت أن $17|n$ إذا وفقط إذا كان $17|q-5r$. [إرشاد: $51=17\times 3$]

(ب) استخدم الفقرة (أ) لاختبار قابلية قسمة العدد 2329 على 17.

السؤال الثالث: اجب عن أي فقرتين.

(أ) أثبت أنه يوجد حل للمعادلة الديوفتية $a_1x_1+a_2x_2+\cdots+a_nx_n=c$ إذا وفقط إذا كان $d|c$ حيث $d=(a_1,a_2,\ldots,a_n)$.

(ج) إذا كان n عدداً زوجياً فأثبت أن $(n+1,n^2+1)=1$.

(د) إذا كان كل من $p>3$ و $p+2$ عدد أولي، فاثبت أن $12|2p+2$. [إرشاد: أثبت أولا أن $4|2p+2$ ، ثم استخدم خوارزمية القسمة للعدد p على 3 لإثبات أن $3|2p+2$]

جامعة الملك سعود - كلية العلوم - قسم الرياضيات
الإختبار الفصلي الأول للفصل الأول للعام ١٤٢٨-١٤٢٩
المقرر: ٢٤٣ريض

- السؤال الأول

(أ) إذا كانت $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ متتالية فيبوناتشي المعرفة على النحو الأتي :

$a_1 = a_2 = 1$ و $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ لكل $n \geq 3$

فأثبت أن $a_n = \frac{\alpha^n - \beta^n}{\alpha - \beta}$ لكل $n \geq 1$

حيث $\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ و $\beta = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$

(ب) إذا كان $a, b, m \in \mathbb{Z}^+$ و كان $(a, m) = (b, m) = 1$ فأثبت أن $(ab, m) = 1$

- السؤال الثاني

(أ) عين $x, y \in \mathbb{Z}$ حيث $(418,165) = 418x + 165y$

(ب) إذا كان $a > 0$, $b > 0$ فأثبت أن $(a, b)[a, b] = ab$

- السؤال الثالث

(أ) إذا كان $\alpha \in \mathbb{Z}$ جذراً لكثيرة الحدود $f(x) = x^4 - 104x^2 + 2116$ فأثبت بالتفصيل أن α عدد غير كسري .

(ب) إستخدم (أ) لإثبات أن $\sqrt{3} + \sqrt{7}$ عدد غير كسري .

- السؤال الرابع

(أ) أثبت أن المعادلة الديفونتينية $ax + by = c$ قابلة للحل إذا و فقط إذا كان $(a, b)|c$

(ب) عين جميع الحلول الموجبة للمعادلة $17x - 15y = 5$

الاختبار الفصلي الأول | ٢٤٣ ريض نظرية الأعداد | الفصل الثاني ١٤٢٧ - ١٤٢٨

ملاحظة: ① رتب اجابتك في الدفتر حسب ترتيب ورود الأسئلة
② عليك الاعتناء بوضوح خطك وعرض اجابتك

١) (أ) لتكن $\{a_n\}$ المتتالية المعرفة كالتالي :

$a_1=1$ ، $a_2=2$ ، $a_{n+1}=2a_n+a_{n-1}$ لكل $n\geq 2$.

أثبت ان $a_n<\left(\frac{5}{2}\right)^n$ لكل $n\geq 1$.

(ب) اذا كان $b=aq+r$ حيث $0\leq r<|a|$ ،

فأثبت أن $q=\left[\frac{b}{|a|}\right]\operatorname{sign} a$ و $r=b-\left[\frac{b}{|a|}\right]|a|$

٢) (أ) اذا كان AB هو تمثيل العدد n للأساس 16، فما هو تمثيله للأساس 7 ؟ .

(ب) ليكن n عدداً مراتبه العشرية كلها تساوي 1 ،

فأثبت استحالة ان يكون n مربعاً لعدد آخر .

٣) (أ) اذا كان $a^n|b^n$ لعدد صحيح موجب n ، فبرهن أن $a|b$.

(ب) ليكن p اولياً . اثبت مفصلاً ما يلي :

$p|a_1a_2\ldots a_n \Rightarrow p|a_i$ لعدد $1\leq i\leq n$.

الاختبار الفصلي الأول — ٤٣ ريض — الفصل الأول
نظرية الأعداد — ١٤٢٧ – ١٤٢٨

ملاحظة ① رتب اجابتك في الدفتر حسب ترتيب ورود الاسئلة
② أرجو الاعتناء بوضوح خطك وعرض اجابتك

١- (أ) اذا كان a و b عددين صحيحين و $a \neq 0$ فاثبت وجود عددين صحيحين q و r بحيث

$$b = aq + r \quad , \quad 0 \leq r < |a|$$

وان $q = \left[\frac{b}{|a|}\right] \operatorname{sign} a$ و $r = b - \left[\frac{b}{|a|}\right]|a|$

(ب) اكتب العدد 61 للأساس 9.

٢- (أ) عرّف المضاعف المشترك الاصغر للأعداد $a_1, a_2, \ldots, a_n$ ثم اثبت أن $[a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n] = [a_1, a_2, \ldots [a_{n-1}, a_n]]$

(ب) اذا كانت $a_1, a_2, \ldots, a_n$ اولية نسبياً مثنى مثنى فبرهن أن $[a_1, a_2, \ldots, a_n] = a_1 \times a_2 \times \ldots \times a_n$

٣- (أ) اذا كان $p \geq 5$ عدداً اولياً فاثبت ان $p^2 + 2$ عدد مؤلف

(ب) اذا كان F_n ، F_m اي عددين غير متساويين من اعداد فرما ، فبرهن أن $(F_n, F_m) = 1$.

جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الرياضيات

الاختبار الفصلي ٢٤٣ ريض
نظرية الأعداد

العام ١٤٢٥/١٤٢٦هـ
الفصل الثاني
الزمن: ساعتان

السؤال الأول:

(أ) ليكن $a,b\in\mathbb{Z}$ ليس كلاهما صفراً. إذا كان $d=(a,b)$ فأثبت أن $d=ax+by$ حيث $x,y\in\mathbb{Z}$.

(ب) إذا كان $(a,b)=(a,c)=1$ فأثبت أن $(a,bc)=1$.

السؤال الثاني:

(أ) إذا كان كل من p و $8p-1$ عدداً أولياً فأثبت أن $8p+1$ عدداً مؤلفاً [ارشاد: استخدم خوارزمية القسمة لقسمة p على 3]

(ب) إذا كان $a_i\equiv 1 \pmod 3$ لكل $1\le i\le k$ فأثبت أن $a_1a_2\ldots a_k\equiv 1 \pmod 3$.

(ج) أثبت أن عدد الأعداد الأولية التي على الصورة $3k+2$ عدداً غير منته.

السؤال الثالث:

(أ) إذا كان p عدداً أولياً وكان $0\le n<p$ فأثبت أن $\binom{n+p}{p}\equiv 1 \pmod p$.

(ب) إذا كان $a\equiv b \pmod m$ و $c\equiv d \pmod m$ وكان $(c,m)=(d,m)=1$ فأثبت أن $ac^{-1}\equiv bd^{-1} \pmod m$.

السؤال الرابع:

(أ) إذا كان $a_1,a_2,\ldots,a_{\varphi(n)}$ نظام رواسب مختزل قياس n وكان $(a,n)=1$ فأثبت أن $aa_1,aa_2,\ldots,aa_{\varphi(n)}$ نظام رواسب مختزل قياس n.

(ب) إذا كان $a,n\in\mathbb{Z}^+$ فأثبت أن $a^{\varphi(n)}\equiv 1 \pmod n$ إذا وفقط إذا كان $(a,n)=1$.

(ج) إذا كان $n\in\mathbb{Z}$ فأثبت أن $\frac{n^5}{5}+\frac{n^3}{3}+\frac{7n}{15}\in\mathbb{Z}$.

بسم الله الرحمن الرحيم

الاختبار الفصلي — الفصل الدراسي الأول

في المقرر ٢٤٣ — ١٤٢٥ / ١٤٢٦

س١: (أ) إذا كان a عدداً صحيحاً موجباً وكان b عدداً صحيحاً فأثبت أنه يوجد عددان صحيحان وحيدان q ، r بحيث أن

$b = aq + r \qquad 0 \leq r < a$

(ب) أثبت أنه كانت a ، b ، c أعداداً صحيحة وكان $(a,b) = (a,c) = 1$ فإن $(a, bc) = 1$

س٢: (أ) أثبت أن أي عدد صحيح n ، $n > 1$ ، إما أن يكون أولياً أو أن يكون حاصل ضرب عدد منته من الأعداد الأولية.

(ب) أثبت أنه يوجد عدد غير منته من الأعداد الأولية من الصيغة $4q+3$

س٣: (أ) إذا كانت a ، b ، c أعداداً صحيحة وكان n عدداً صحيحاً موجباً فأثبت أن $ac \equiv bc \pmod n$ إذا وفقط إذا كان $a \equiv b \pmod{\frac{n}{d}}$ حيث $d = (n, c)$.

(ب) حل النظام الآتي من التطابقات

$3x \equiv 6 \pmod{12}$ ، $2x \equiv 5 \pmod 7$ ، $3x \equiv 1 \pmod 5$

س٤: (أ) (i) عرف العدد شبه الأولي للأساس a ، $a \in \mathbb{Z}^+$.

(ii) أثبت أن العدد 91 شبه أولي للأساس 3 .

(ب) إذا كان n عدد صحيحاً موجباً وكان $a \in \mathbb{Z}$ حيث $(a,n) = 1$ و $ord_n(a) = k$ فأثبت أن $a^m \equiv 1 \pmod n$ إذا وفقط إذا كان $k \mid m$ ثم استنتج أن $k \mid \varphi(n)$.

بسم الله الرحمن الرحيم

الأختبار الفصلي الأول　　　　　الفصل الدراسي الثاني

243 ريض　　　　　1425\1424

السؤال الأول:

(أ) لتكن $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ المتتالية المعرفة كما يلي :

$a_1 = 1$, $a_2 = 5$, $a_{n+1} = a_n + 2a_{n-1}$ لكل $n > 2$

اثبت أن $a_n = 2^n + (-1)^n$.

(ب) (i) عرّف المقصود بالقاسم المشترك الأعظم للعددين a , b .

(ii) إذا كان a , b عددين صحيحين ليس كلاهما صفراً فاثبت أنه يوجد عددان صحيحان x_0 , y_0 بحيث أن $(a , b) = a\, x_0 + b\, y_0$.

السؤال الثاني:

(أ) اثبت أنه يوجد عدد غير منتهٍ من الأعداد الأولية .

(ب) إذا كان a , b عددين صحيحين موجبين و كان $a^2 \mid b^2$ فاثبت أن $a \mid b$.

السؤال الثالث:

(أ) عين جميع الحلول للمعادلة الديوفنتيه $15x - 18y + 24z = 30$

(ب) (i) اثبت أنه إذا كان a عدداً فردياً فإن $a^2 \equiv 1 \pmod 8$.

(ii) إذا كان m مضاعفاً مشتركاً للعددين a , b حيث $a \neq 0$, $b \neq 0$ فاثبت أن $[a , b] \mid m$.

جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الرياضيات

الاختبار الفصلي ٢٤٣ ريض
نظرية الأعداد

العام ١٤٢٥/١٤٢٦هـ
الفصل الثاني
الزمن: ساعتان

السؤال الأول:

(أ) ليكن $a,b\in\mathbb{Z}$ ليس كلاهما صفراً. إذا كان $d=(a,b)$ فأثبت أن $d=ax+by$ حيث $x,y\in\mathbb{Z}$.

(ب) إذا كان $(a,b)=(a,c)=1$ فأثبت أن $(a,bc)=1$.

السؤال الثاني:

(أ) إذا كان كل من p و $8p-1$ عدداً أولياً فأثبت أن $8p+1$ عدداً مؤلفاً [ارشاد: استخدم خوارزمية القسمة لقسمة p على 3]

(ب) إذا كان $a_i\equiv 1(\text{mod } 3)$ لكل $1\le i\le k$ فأثبت أن $a_1a_2\ldots a_k\equiv 1(\text{mod } 3)$.

(ج) أثبت أن عدد الأعداد الأولية التي على الصورة $3k+2$ عدداً غير منته.

السؤال الثالث:

(أ) إذا كان p عدداً أولياً وكان $0\le n<p$ فأثبت أن $\binom{n+p}{p}\equiv 1(\text{mod } p)$.

(ب) إذا كان $a\equiv b(\text{mod } m)$ و $c\equiv d(\text{mod } m)$ وكان $(c,m)=(d,m)=1$ فأثبت أن $ac^{-1}\equiv bd^{-1}(\text{mod } m)$.

السؤال الرابع:

(أ) إذا كان $a_1,a_2,\ldots,a_{\varphi(n)}$ نظام رواسب مختزل قياس n وكان $(a,n)=1$ فأثبت أن $aa_1,aa_2,\ldots,aa_{\varphi(n)}$ نظام رواسب مختزل قياس n.

(ب) إذا كان $a,n\in\mathbb{Z}^+$ فأثبت أن $a^{\varphi(n)}\equiv 1(\text{mod } n)$ إذا وفقط إذا كان $(a,n)=1$.

(ج) إذا كان $n\in\mathbb{Z}$ فأثبت أن $\frac{n^5}{5}+\frac{n^3}{3}+\frac{7n}{15}\in\mathbb{Z}$.

الاختبار الفصلي الأول

٤٢٣ ريض
نظرية الأعداد

الفصل الأول
١٤٤٤ - ١٤٤٥

ملاحظة
① عليك الاعتناء بوضوح خطك وطريقة عرض اجابتك مع تخصيص هامش اذا احتجت الى ذلك
② رتب اجابتك في الدفتر حسب ترتيب ورود الأسئلة

١- (أ) اذا كان n عدداً زوجياً، فأثبت أن $n(n+1)(n+2)$ يقبل القسمة على 12.
(ب) اثبت أن عدد فيرما $F_5 = 2^{2^5}+1$ مؤلف.

٢- (أ) اثبت ان $[a_1, a_2, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n] = [a_1, a_2, \dots, a_{n-2}, [a_{n-1}, a_n]]$
(ب) استخدم الفقرة (أ) لاثبات ما يلي:
ليكن $m = [a_1, a_2, \dots, a_n]$ ، وليكن c اي مضاعف مشترك للاعداد $a_1, a_2, \dots, a_n$ فإن $m \mid c$.

٣- (أ) جد جميع الحلول الموجبة للمعادلة الديوفنتية

$$35x - 14y = 133$$

(ب) لتكن $f(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$ كثيرة حدود ، حيث $a_i \in \mathbb{Z}$ لكل $0 \le i \le n-1$. اذا علمت أن $f(x)$ ليس لها جذور صحيحة ، فأثبت أن جميع جذور $f(x)$ الحقيقية هي اعداد غير نسبية .

الاختبار الفصلي الأول لمقرر ٣٤٣ ريض (نظرية الأعداد)
الفصل الثاني للعام الدراسي ١٤٢٣ - ١٤٢٤ هـ

<u>السؤال الأول</u>

(أ) إذا كان $b = qa + r$ فأثبت أن $(a,b) = (a,r)$.

(ب) إذا كان $(a,4) = (b,4) = 2$ فأثبت أن $(a+b, 4) = 4$.

(جـ) إذا كان $p \mid a^2+b^2$ وكان $p \mid a$ حيث p عدد أولي
فهل من الضروري أن يكون $p \mid b$ ؟ علل اجابتك.

<u>السؤال الثاني</u>

(أ) أثبت أن $3^{2n+1} + (-1)^n 2 \equiv 0 \pmod 5$ لكل $n \in \mathbb{Z}^+$

(ب) إذا كان $ab \equiv cd \pmod n$ وكان $b \equiv d \pmod n$ حيث $(b,n) = 1$
فأثبت أن $a \equiv c \pmod n$.

<u>السؤال الثالث</u>

(أ) أثبت أن $(a,b)[a,b] = ab$ حيث $a, b \in \mathbb{Z}^+$.

(ب) أثبت أن $\sqrt{3} + \sqrt{7}$ صفراً لكثيرة الحدود $f(x) = x^4 - 20x^2 + 16$
ثم استنتج أن $\sqrt{3} + \sqrt{7}$ عدد غير كسري.

<u>السؤال الرابع</u>

(أ) اثبت أنه يوجد للعدد $a \in \mathbb{Z}$ نظير ضربي قياس n
إذا وفقط إذا كان $(a,n) = 1$. ثم عين نظيراً ضربياً
للعدد 11 قياس 1943.

(ب) حل المعادلة الديوفنتية $512x + 320y = 64$.

جامعة الملك سعود
كلية العلوم - قسم الرياضيات

الاختبار الفصلي الأول
نظرية الأعداد (٢٤٣ ريض)

(١) (أ) إذا كان كل من a و b عدداً صحيحاً موجباً وكان $(a,b) = d$
فأثبت أن $[a,b] = \dfrac{ab}{d}$.

(ب) احسب $[74329 , 3827]$.

(٢)(أ) هل تستطيع إيجاد عدد صحيح a بحيث يكون $4 \mid (a^2+2)$ ؟

(ب) هل من الممكن أن يكون $a^2 + b^2$ مربعاً كاملاً حيث a و b عددان فرديان ؟

(٣) (أ) أثبت أن $3, 5, 7$ هو الثلاثي الأولي الوحيد .

(ب) أثبت أن $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ عدد غير كسري .

(٤) (أ) أثبت أن
$$F_0 F_1 F_2 \cdots F_{m-1} = F_m - 2$$
لكل $m \geq 1$ حيث F_j هي أعداد فيرما .

(ب) أثبت أن $(F_m , F_n) = 1$ لكل $m, n \geq 0$ حيث $m \neq n$ ثم استنتج وجود عدد غير منته من الأعداد الأولية .