


<p>Kingdom of Saudi Arabia</p> <p>Ministry of Higher Education</p> <p>KING SAUD UNIVERSITY</p> <p>Department of Mathematics</p> <p>College of Science</p>		<p>المملكة العربية السعودية</p> <p>وزارة التعليم العالي</p> <p>جامعة الملك سعود</p> <p>قسم الرياضيات</p> <p>كلية العلوم</p>
--	---	---

الإختبار النهائي للفصل الأول (1437-1438) للمقرر 316 رياض

السؤال الأول:

(أ) إذا كانت $f(x) \in L^2(a, b)$, $g(x) \in L^2(a, b)$ فاثبت أن $(f, g) \leq \|f\| \|g\|$

(ب) عين المعاملات α_i حيث $i = 1, 2, 3, 4, 5$ في الدالة

$$F(x) = \alpha_1 + \alpha_2 \sin x + \alpha_3 \cos x + \alpha_4 \sin 2x + \alpha_5 \cos 2x$$

للحصول على أفضل تقريب في $L^2(-\pi, \pi)$ للدالة: $f(x) = |x|$

(ج) برهن خاصية التعامد لكثيرات حدود هرميت و التي تعطى بالشكل: $H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}$

السؤال الثاني:

(أ) أوجد القيم الذاتية و الدوال الذاتية للمسألة الحدية

$$\begin{cases} u'' + \lambda u = 0 \\ u'(0) = 0, u'(\pi) = 0, \end{cases}$$

(ب) هل أن $\lambda = 0$ قيمة ذاتية. إن كانت كذلك, ماهي الدالة الذاتية المرتبطة بها.

(ج) ماهي الدوال الذاتية التي تحقق العلاقة: $\int_0^\pi (C_n u_n)^2 dx = 1$

السؤال الثالث:

(أ) بعد التحقق من استيفاء شروط نظرية فوريير أوجد مفكوك فوريير للدالة: $f(x) = \begin{cases} x+2, & -2 < x < 0 \\ 1, & 0 < x < 2 \end{cases}$

حيث أن: $f(x+4) = f(x)$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$$

(ب) أوجد حل المعادلة التكاملية: $\int_0^\infty f(x) \cos \lambda x dx = \begin{cases} 1-\lambda, & 0 < \lambda < 1 \\ 0, & \lambda > 1 \end{cases}$

$$\int_0^\infty \frac{\sin^2 t}{t^2} dt = \frac{\pi}{2}$$

السؤال الرابع:

(أ) باستعمال مشتقة محولة فوريير للدالة $f(x) = e^{-x^2}$ أوجد محولة فوريير لهذه الدالة

(ب) أوجد تكامل فوريير للدالة f المعرفة كالتالي:

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \\ \frac{1}{2}, & x = 0 \end{cases}$$

$$\int_0^\infty \frac{\cos(\pi\xi) + \xi \sin(\pi\xi)}{1+\xi^2} d\xi = \pi e^{-\pi}$$

السؤال الخامس

باستعمال محولة لابلاس, أوجد حل المسألة الحدية:

$$y'' + 4y = \begin{cases} \sin x, & x \geq 2\pi \\ 0, & 0 < x < 2\pi \end{cases}$$

$$y(0) = 1, y'(0) = 0$$

ملاحظة: أجب على جزئين فقط من السؤالين الأول و الثاني

بالتوفيق