


<p>Kingdom of Saudi Arabia Ministry of Higher Education KING SAUD UNIVERSITY Deanship of Scientific Research College of Science Research Center</p>		<p>المملكة العربية السعودية وزارة التعليم العالي جامعة الملك سعود عمادة البحث العلمي مركز بحوث كلية العلوم</p>
--	---	---

الإختبار النهائي 1 للفصل الثاني (1432-1433) للمقرر 316 رياض

السؤال الأول:

أ) لتكن $P_n(x)$ كثيرات حدود لوجوندر المتعامدة على $[-1,1]$. أوجد منشور الدالة:
 $f(x) = 1 - x^3$ حيث $-1 < x < 1$ بدلالة كثيرات حدود لوجوندر المتعامدة $P_n(x)$.

ب) أي من المعادلات التالية تحققها كثيرات حدود لوجوندر:

$$xP'_n - nP_n + P'_n = 0 \quad (1)$$

$$nP'_n - xP_n + P'_{n-1} = 0 \quad (2)$$

$$nP'_n - xP_n + P'_n = 0 \quad (3)$$

$$nP'_n - P_n + P'_n = 0 \quad (4)$$

ج) على افتراض أن $\frac{\pi^2}{8}(1-x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)\pi x/2}{(2n-1)^2}$ ، من أجل $0 < x < 2$ استخدم علاقة بارسفال للحصول على: $\frac{\pi^4}{96} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^4}$

السؤال الثاني:

أ) أوجد القيم الذاتية و الدوال الذاتية للمسألة الحدية

$$\begin{cases} u^{(4)} - \lambda u = 0 \\ u'(0) = 0, u(\pi) = 0, u'''(0) = 0, u''(\pi) = 0 \end{cases}$$

(تنبيه: ضع $\lambda = \alpha^4$)

ب) هل أن $\lambda = 0$ قيمة ذاتية. إن كانت كذلك، ماهي الدالة الذاتية المرتبطة بها.

ج) لتكن لدينا المسألة الحدية:
 $\begin{cases} (e^x u)' + xu + \lambda u = 0 \\ u(1) = 0, u(2) = 0 \end{cases}$
أثبت أن: $\lambda \int_1^2 x(u')^2 dx = \int_1^2 (\lambda + x)u^2 dx$

السؤال الثالث:

أ) أوجد حل المعادلة التكاملية: $\int_0^{\infty} f(x) \cos \lambda x dx = \begin{cases} 1 - \lambda, & 0 < \lambda < 1 \\ 0, & \lambda > 1 \end{cases}$

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin^2 t}{t^2} dt = \frac{\pi}{2} \quad \text{ب) استنتج قيمة التكامل:}$$

السؤال الرابع: أوجد تكامل فوريير للدالة f المعرفة كالتالي:

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \\ \frac{1}{2}, & x = 0 \end{cases}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos(\pi\xi) + \xi \sin(\pi\xi)}{1 + \xi^2} d\xi = \pi e^{-\pi} \quad \text{واستنتج أن:}$$