قسم الرياضيات | 316 ريض | الفصل الأول

جامعة الملك سعود | الاختبار الفصلي | 2011-1010

1- حدد المعاملات a_i وَ b_i في التركيب الخطي

$$a_0 + a_1 \cos x + b_1 \sin x + a_2 \cos 2x + b_2 \sin 2x$$

للحصول على أفضل تقريب في $L^2(-\pi,\pi)$ للدالة

$$f(x) = x, \quad -\pi < x < \pi.$$

2- (i) افرض أن $L = a\dfrac{d^2}{dx^2} + b\dfrac{d}{dx} + c$ مؤثر خطي فيه المعاملات a، b، c ثابتة. متى يكون L قرين الذات شكلاً؟

(ii) أوجد القيم والدوال الذاتية للمؤثر $L = \dfrac{d^2}{dx^2} + 1$ على الفترة $(0,1)$ بحل المعادلة $Lu + \lambda u = 0$ تحت الشروط الحدية

$$u(0) = u(1) = 0.$$

3- أوجد القيم والدوال الذاتية في المعادلة $x^2u'' - xu' + \lambda u = 0$ على الفترة $(1,e)$ تحت الشروط الحدية

$$u(1) = u(e) = 0.$$

اكتب صيغة التعامد بين الدوال الذاتية.

4- أوجد مفكوك فوريه للدالة

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0 \\ x, & 0 < x < \pi. \end{cases}$$

هل التقارب منتظم؟ علل إجابتك.