

1- حدد المعاملات  $a_i$  و  $b_i$  في التركيب الخطي

$$a_0 + a_1 \cos x + b_1 \sin x + a_2 \cos 2x + b_2 \sin 2x$$

للحصول على أفضل تقريب في  $L^2(-\pi, \pi)$  للدالة

$$f(x) = |x|, \quad -\pi \leq x \leq \pi.$$

2- افرض أن  $y_1$  و  $y_2$  حلان للمعادلة  $y'' + q(x)y' + r(x)y = 0$ . أثبت أن

$$q(x) = \frac{y_1'' y_2 - y_1 y_2''}{W(y_1, y_2)}, \quad r(x) = \frac{y_1' y_2'' - y_1'' y_2'}{W(y_1, y_2)},$$

حيث  $W(y_1, y_2)$  رونسكيان الدالتين  $y_1, y_2$ .

3- أوجد القيم والدوال الذاتية للمسألة الحدية

$$u'' - u' + \lambda u = 0, \quad 0 < x < \pi,$$

$$u(0) = u(\pi) = 0.$$

اكتب صيغة التعامد بين الدوال الذاتية.

4- (i) أوجد مفكوك فورييه للدالة

$$f(x) = 1 - x^2, \quad -1 < x \leq 1,$$

$$f(x+2) = f(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

مع توضيح إجابتك بالرسم. هل التقارب منتظم؟ علل إجابتك.

(ii) استخدم الفقرة (i) للحصول على تمثيل للعدد  $\pi^2$ .