


<p>Kingdom of Saudi Arabia Ministry of Higher Education <b>KING SAUD UNIVERSITY</b> Department of Mathematics College of Science</p>		<p>المملكة العربية السعودية وزارة التعليم العالي جامعة الملك سعود قسم الرياضيات كلية العلوم</p>
--	---	---

الإختبار الأول للفصل الأول (1437-1438) للمقرر 316 رياض

السؤال الأول:

أ) أثبت أن الدوال  $\{1, \sin x, x\}$  مستقلة خطياً في  $\mathcal{L}^2(-\pi, \pi)$  ثم استخرج منها ثلاث دوال متعامدة باستخدام طريقة قرام-شميدت.

ب) ضع المعادلتين التاليتين في صيغة شتورم-ليوفيل:

$$\begin{aligned} x^2 y'' - 2xy' + \lambda y &= 0 \\ \sin x \cdot y'' + \cos x \cdot y' + \lambda \sin x \cdot y &= 0, \quad 0 < x < \pi \\ (1 - x^2)y'' - xy' + n^2 y &= 0 \end{aligned}$$

ج) باستعمال التحويل:  $x = \cos t$ , حول المعادلة السابقة إلى معادلة ذات معاملات ثابتة

السؤال الثاني:

أ) لتكن  $P_n(x)$  كثيرات حدود لوجوندر لامتعامدة على  $[-1, 1]$ . أوجد منشور الدالة

$$f(x) = |2x - 1|, \quad |x| < 1$$

بدلالة  $P_n(x)$

$$\begin{cases} (xu')' + \frac{\lambda}{x} u = 0 \\ u'(1) = 0, \quad u'(e^{2\pi}) = 0. \end{cases}$$

ب) أوجد القيم الذاتية و الدوال الذاتية المرتبطة بما لمسألة شتورم ليوفيل:

ج) أثبت أن هذه الدوال الذاتية متعامدة في الفضاء المناسب.

السؤال الثالث:

باستعمال متسلسلات القوى بجوار النقطة العادية  $x_0 = 0$  أوجد حل المعادلة التفاضلية

$$y'' + 2xy' + 4y = 0$$