

جامعة الملك سعود

المقرر: ٣١٦ رياض

كلية العلوم - قسم الرياضيات

الاختبار الفصلي الأول

الزمن : ساعة ونصف الساعة

السؤال الأول (٦ درجات):

أوجد القيم والدوال الذاتية لمسألة الشروط الحدية الآتية

$$xy'' + y' + \frac{\lambda}{x}y = 0, \quad 1 < x < e,$$
$$y(1) = y(e) = 0.$$

ثم أوجد منشور الدالة $f(x) = x$ علي الفترة $[1, e]$ بدلالة الدوال الذاتية.

السؤال الثاني (٦ درجات):

بين أن مفكوك فوريير بالصيغة الآسية للدالة

$$f(x) = e^{-x}, \quad -\pi < x < \pi,$$

يعطي بالصورة

$$\sum_{-\infty}^{\infty} (-1)^n \frac{(e^{\pi} - e^{-\pi})e^{inx}}{2(in+1)\pi}.$$

السؤال الثالث (٨ درجات):

أوجد مفكوك فوريير للدالة

$$f(x) = x^2, \quad 0 < x < 2\pi,$$
$$f(x) = f(x + 2\pi).$$

ومن ثم أثبت أن

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6}.$$