


<p>Kingdom of Saudi Arabia Ministry of Higher Education <b>KING SAUD UNIVERSITY</b> Deanship of Scientific Research College of Science Research Center</p>		<p>المملكة العربية السعودية وزارة التعليم العالي جامعة الملك سعود عمادة البحث العلمي مركز بحوث كلية العلوم</p>
--	---	--

الإختبار الأول ١ للفصل الثاني (١٤٣٢-١٤٣٣) للمقرر ٣١٦ رياض

السؤال الأول:

أ) هل أن مجموعة الدوال:  $f_1(x) = \cos 2x$ ,  $f_2(x) = 1$ ,  $f_3(x) = \cos^2 x$  مستقلة خطياً على  $\mathcal{R}$ .  
ب) تأكد من أن مجموعة الدوال:  $h_1(x) = x$ ,  $h_2(x) = x^2$ ,  $h_3(x) = 1$  مستقلة خطياً ثم استخرج منها مجموعة متعامدة على الفترة  $[-1, 1]$

ج) إذا كانت مجموعة الدوال:  $(\varphi_n(x))_{n \geq 1}$  متعامدة في  $L^2[a, b]$  برهن أن:  
 $n = 1, 2, 3, \dots, m = 1, 2, 3, \dots$   $\|\varphi_n + \varphi_m\|^2 = \|\varphi_n\|^2 + \|\varphi_m\|^2$

السؤال الثاني:

أ) أوجد القيم الذاتية و الدوال الذاتية لمسألة شتورم ليوفيل:  

$$\begin{cases} (xu')' + \frac{\lambda}{x}u = 0, & 1 < x < e^{2\pi} \\ u'(1) = 0, & u'(e^{2\pi}) = 0. \end{cases}$$

ب) أثبت أن هذه الدوال الذاتية متعامدة في الفضاء المناسب.

السؤال الثالث:

ضع كل من المعادلتين التفاضليتين في صورة شتورم ليوفيل و عين دالة النقل في كل منهما

$$\cos x u'' + \sin x u' - (\cos x)^2 u + \lambda u = 0$$

السؤال الرابع: باستخدام متسلسلات القوى أوجد حل المعادلة التفاضلية  $u'' - xu' - 2u = 0$  وذلك بجوار نقطة الأصل.