



الإختبار الثاني للفصل الأول (1441) للمقرر 316 رياض

السؤال الأول:

لتكن  $P_n(x)$  كثيرات حدود لوجوندر المتعامدة على  $[-1,1]$ . أوجد منشور الدالة  
 $f(x) = |x| - |x - 1|, |x| < 1$  بدلالة  $P_n(x)$

السؤال الثاني:

(أ) باستعمال الدالة المولدة لكثيرات حدود هرميت  $H_n(x)$  أثبت أن

$$H'_{n+2}(x) = 2(n+2)H_{n+1}(x), n = 0,1,2, \dots$$

(ب) أثبت أن الدالة  $g(x) = e^{-\frac{x^2}{2}} H_n(x)$  تحقق المعادلة  $g''(x) + [(2n+1) - x^2]g(x) = 0$

السؤال الثالث:

(أ) بعد التحقق من استثناء شروط نظرية فوريير، أوجد مفكوك فوريير للدالة:

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < \pi \\ \pi, & \pi < x < 2\pi \end{cases}$$

$f(x+2\pi) = f(x), 0 < x < 2\pi$

أرسم بيانها و استنتج قيمة المتسلسلة العددية:  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$

(ب) بين أن أن كثيرات حدود لأقير  $L_n(x) = \frac{1}{n!} e^x \frac{d^n}{dx^n} (x^n e^{-x})$  هي كثيرات حدود من الدرجة  $n$  ثم أوجد الثلاث حدود الأولى من منشور لأقير للدالة  $f(x) = e^{x/2}, x \in [0, \infty)$