

جامعة الملك سعود

المقرر: ٣١٦ رياض

كلية العلوم - قسم الرياضيات

الاختبار الفصلي الثاني

الزمن : ساعة ونصف الساعة

السؤال الأول :

أ - أوجد الحدود الأربع الأولى (من $n = 0$ إلي $n = 3$) من منشور لوجندر للدالة

$$f(x) = e^x, \quad -1 < x < 1.$$

ب - أوجد المتكاملات الآتية

$$\int_0^1 x^4 (1-x)^3 dx, \quad \int_0^{\infty} \sqrt{x} e^{-x^3} dx$$

السؤال الثاني :

أثبت أن

$$2^{2p-1} \Gamma(p) \Gamma(p - \frac{1}{2}) = \sqrt{\pi} \Gamma(2p)$$

السؤال الثالث :

أ - أثبت أن $\int_0^c x J_0(x) dx = c J_1(c) \quad \forall c > 0$

ب - أوجد قيمة التكامل $\int x^4 J_1(x) dx$

السؤال الرابع :

إذا كانت الدالة المولدة لكثيرات حدود هيرمت تعطي بالصورة: $e^{2tx-t^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} H_n(x) t^n$

أثبت أن

$$2n H_{n-1}(x) = H'_n(x)$$