بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود الاختبار النهائي في المقرر ٣٤٣ ريض

قسم الرياضيات الفصل الأول ١٤٣٠/١٤٣١هـ الزمن: ٣ ساعات

أجب عن الأسئلة الآتية:-

٢٠ س١: إذا كان $g=(g_1, g_2, g_3)\in G=\mathbb{Z}_{12}\times U_{16}\times S_{13}$ ، حيث:

$g_1=3$ ؛ $g_2=5$ ؛ $g_3=(1,3,5,7,9)(4,10,8,6)(5,8,11,13,12,7)$

فأجب عما يأتي:-

(أ) أكمل الفراغات الآتية:-

(1) $|g_1|=\boxed{4}$ (2) $|g_2|=\boxed{4}$ (3) $|g_3|=\boxed{\ldots}$ (4) $|g|=\boxed{\ldots}$

(5) $e=\boxed{---}$ (6) $g^{-1}=\boxed{---}$ (7) $\langle g_3\rangle\cong\boxed{---}$ (8) $\langle g\rangle\cong\boxed{---}$

(9) $Aut(\langle g\rangle)\cong\boxed{\ldots}$ (10) $g_3\ \boxed{---}\ A_{13}$ (11) $\{(0,1,\sigma)\in G \mid \sigma\in S_{13}\}\cong\boxed{\ldots}$

(12) $|G|=\boxed{---}$ (13) $|N_{S_{13}}(g_3)|=\boxed{---}$ (14) $C_{g_3}=\boxed{---}=$ عدد مرافقات g_3 في S_{13}

$12!\ 8\cdot 13!$ $|1\cdot 11|$

(ب) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يلي:-

(١) $U_{16}\not\cong\mathbb{Z}_8$ صحيحة (٢) $\langle g_3\rangle$ زمرة بسيطة. خاطئ

(٣) لا توجد زمرة جزئية في S_{13} رتبتها 60. خاطئ

(٤) توجد زمرة جزئية في S_{13} رتبتها 198 ~~...~~ لا توجد حالم

٩ س٢: (أ) إذا كانت G زمرة فعرّف مركزها $Z(G)$ ،

(ب) إذا كانت G زمرة رتبتها p^n ، حيث $n\in\mathbb{Z}^+$ ، فأجب عما يلي:

(١) أثبت أن $Z(G)\neq\{e\}$.

(٢) هل تحقق (١) من فقرة (ب) يضمن كون G زمرة غير بسيطة؟ ولماذا؟

١١ س٣: (أ) إذا كانت G زمرة منتهية و كانت $H\leq G$ ، فمتى نقول إن H زمرة سيلو جزئية من النوع P في G ؟

(ب) إذا كانت A و B زمرتي سيلو جزئيتين من النوع P في زمرة منتهية G فأثبت أن A و B مترافقتان في G

(ج) أثبت أنه لا توجد زمرة بسيطة G رتبتها $156 = 12\cdot 13$

١٠ س٤: (أ) متى نقول إن G زمرة حاصل الضرب المباشر الداخلي للزمر: $N_1, N_2, \ldots, N_k$ ؟

(ب) إذا كانت G هي حاصل الضرب المباشر الداخلي للزمر $N_1, \ldots, N_k$ وكانت $H=N_1\times N_2\times\cdots\times N_k$ فأثبت أن: $G\cong H$.

(ج) ناقش صحة العبارة الآتية:-

«يوجد تشاكل غير تافه من $\mathbb{Z}_{24}$ إلى $\mathbb{Z}_{11}$ »

$(11, 24)=1$