الاسئلة

بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود / الرياض
كلية العلوم / قسم الرياضيات

الاختبار **النهائي** في المقرر ٣٤٣ ريض
الفصل الدراسي الأول ١٤٣٣/ ١٤٣٤ هـ الزمن : ٣ ساعات

أجب عن الأسئلة الآتية

س١ (أ) متى نقول عن زمرتين H و K إنهما متماثلتان ؟

(ب) إذا كانت $A=\{G \mid G$ زمرة$\}$ وعرفنا علاقة التماثل " $\cong$ " على A ، فأثبت أن " $\cong$ " علاقة تكافؤ على A .

(جـ) إذا كانت $B=\{G \mid |G|=8\}$ وعرفنا على B العلاقة " $\cong$ " فعيّن ممثلات أصناف التكافؤ في B .

س٢ (أ) إذا كانت $\alpha, \beta \in S_{14}$ ، حيث :

$$\alpha = (1,9,7,5,3)(2,10,8,6,4)(11,14)$$

و

$$\beta = (1,13,12,11)(2,4,6,8,10)$$

فأجب عما يأتي :-

1 أكمل الفراغات الآتية :-

(i) $\alpha^5 = \cdots$ (ii) $\sigma = \beta\alpha = \cdots$ (iii) $|\sigma^{-1}| =$ ☐

2 هل $\sigma \in A_{14}$ ؟ ولماذا ؟

(ب) أوجد $\phi, \tau \in S_{14}$ ، بحيث يكون : $\langle \phi, \tau \rangle \cong D_{14}$

س٣ : (أ) اكتب نص كل من (i) تعميم مبرهنة كيلي (ii) مبرهنة سيلو الأولى .

(ب) إذا كانت G زمرة رتبتها 448 فاستفد من فقرة (أ) في إثبات ما يلي :-

(i) توجد زمرة جزئية في G رتبتها 2^d من أجل $d=1,2,3,4,5,6$

(ii) G زمرة غير بسيطة .

س٤ : إذا كان $G = \mathbb{Z}_7^* \times \mathbb{Z}_7 \times S_9$ ، $g=(g_1,g_2,g_3) \in G$ ، حيث :

$$g_1 = 4 \quad ; \quad g_2 = 2 \quad ; \quad g_3 = (1,3,5,7,9)(4,6,8)$$

فأجب عما يأتي :-

(أ) أكمل الفراغات الآتية :-

(i) $|g| =$ ☐ (ii) $Aut(\langle g \rangle) \cong$ ☐ (iii) $e = (\cdots\cdots)$

(iv) $g^{-1} = (\cdots\cdots)$ (v) $|N_{S_9}(g_3)| =$ ☐ (vi) $c_{g_3} =$ ☐

(vii) $|G| =$ ☐

(ب) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي :-

1 إن $\mathbb{Z}_7^* \times \mathbb{Z}_7 \cong \mathbb{Z}_{42}$ 2 $\exists \sigma \in S_9 \ni \langle \sigma \rangle \cong \mathbb{Z}_{20}$

3 $\exists H < G \ni |H| = 25$ 4 يوجد تشاكل غير تافه : $\phi : \mathbb{Z}_{12} \longrightarrow \mathbb{Z}_7$.